

6 Comparateurs et générateurs de signaux

6.1 Introduction

Le comparateur est un amplificateur opérationnel à très haut gain et extrêmement rapide car il n'a pas de compensation en fréquence. Il n'est en effet pas prévu pour travailler dans un circuit à réaction négative, mais uniquement en boucle ouverte, ou dans un circuit à réaction positive. Il est donc conçu et utilisé pour basculer rapidement d'un niveau de saturation vers l'autre.

L'utilisation d'un AO en tant que comparateur se voit immédiatement en observant que la réaction se fait sur la **borne non inverseuse**. La sortie n'a alors que deux états possibles, V_H (niveau haut) et V_L (niveau bas) et leurs valeurs absolues ne sont pas nécessairement opposées. Ces deux niveaux peuvent en particulier être choisis pour être compatibles avec l'entrée d'une famille de circuits logiques. Idéalement, ils sont indépendants des tensions d'alimentation de l'AO. L'application la plus courante du comparateur est la détection de niveau.

6.2 Comparateurs à hystérèse

6.2.1 Comparateurs à seuils symétriques

Pour réaliser des comparateurs à seuils symétriques, on utilise un AO alimenté symétriquement avec l'une de ses deux bornes d'entrée mise à la masse (figures 6.1 et 6.2).

Comparateur non inverseur symétrique

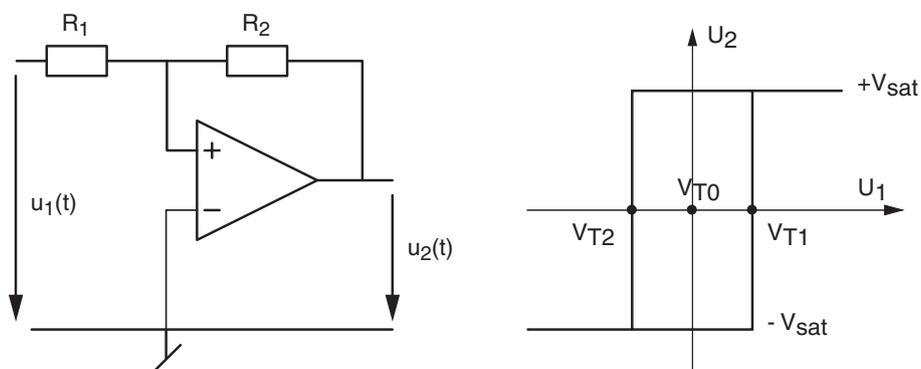


FIG. 6.1: Comparateur non inverseur

Dans ce cas, le signal d'entrée $u_1(t)$ est branché sur l'entrée non inverseuse via la résistance R_1 . La commutation d'un état saturé à l'autre se fait lorsque la tension différentielle de l'AO passe par 0, autrement dit, lorsque

$$U_+ = U_-$$

En appliquant le théorème de superposition, la condition de commutation s'écrit alors

$$U_+ = u_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_- = 0$$

d'où, au moment de la commutation,

$$u_1 = -u_2 \frac{R_1}{R_2}$$

Considérant que la tension $u_1(t)$ appliquée au comparateur est variable et que la tension de sortie $u_2(t)$ de l'AO ne peut prendre que deux états $\pm V_{sat}$, les seuils de commutation commandés par la tension d'entrée $u_1(t)$ valent

$$u_1(t) = \begin{pmatrix} V_{T1} \\ V_{T2} \end{pmatrix} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.1)$$

Le cycle d'hystérèse est alors centré autour de l'origine

$$V_{T0} = 0 \quad (6.2)$$

et sa largeur vaut

$$\Delta V_T \equiv V_{T1} - V_{T2} = 2 V_{sat} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.3)$$

Comparateur inverseur symétrique

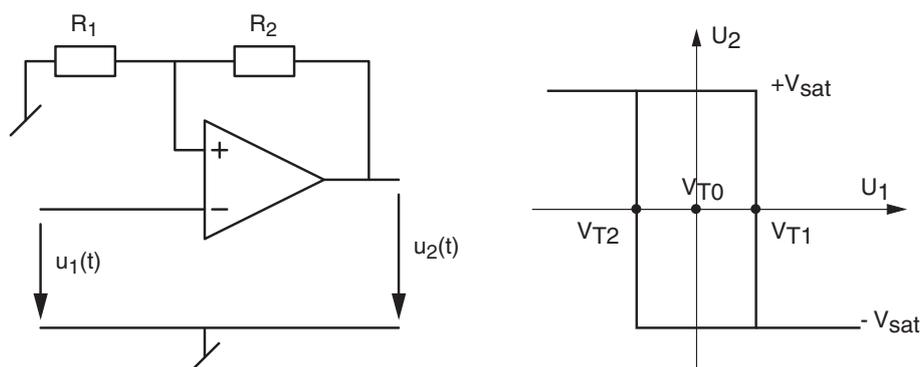


FIG. 6.2: Comparateur inverseur

Dans ce cas, le signal d'entrée $u_1(t)$ est branché sur l'entrée inverseuse. La commutation d'un état saturé à l'autre se fait lorsque la tension U_+ égale la tension U_- avec

$$U_+ = u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_- = u_1$$

d'où, au moment de la commutation,

$$u_1 = u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Considérant que la tension $u_1(t)$ appliquée au comparateur est variable et que la tension de sortie $u_2(t)$ de l'AO ne peut prendre que deux états $\pm V_{sat}$, les seuils de commutation commandés par la tension d'entrée $u_1(t)$ s'écrivent

$$u_1(t) = \begin{pmatrix} V_{T1} \\ V_{T2} \end{pmatrix} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.4)$$

Le cycle d'hystérèse est alors centré autour de l'origine

$$V_{T0} = 0 \quad (6.5)$$

et sa largeur vaut

$$\Delta V_T \equiv V_{T1} - V_{T2} = 2 V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.6)$$

Exemple Considérant un comparateur non inverseur réalisé avec

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_2 = \{60 \text{ k}\Omega, 20 \text{ k}\Omega, 10 \text{ k}\Omega\} \quad V_{sat} = \pm 12 \text{ V}$$

1. calculez les tensions de seuil et dessinez le cycle d'hystérèse pour les trois valeurs de R_2 ;
2. dessinez les signaux $u_1(t) = 10 \text{ V} \sin(2\pi f_0 t)$ et $u_2(t)$ lorsque $f_0 = 50 \text{ Hz}$.

Solution :

6.2.2 Comparateurs à seuils variables

Partant des deux comparateurs de base que nous venons de voir, il est possible de déplacer le centre du cycle à l'aide d'une source de tension supplémentaire V_{ref} . De plus, pour une plus grande généralité, on considérera dans ce qui suit que les tensions de saturation de l'AO ne sont pas nécessairement symétriques et qu'elles valent

$$V_{sat} = \begin{pmatrix} V_H \\ V_L \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

Comparateur non inverseur

Dans ce cas, le signal d'entrée $u_1(t)$ est branché sur l'entrée non inverseuse via la résistance R_1 et la tension V_{ref} est reliée directement à la borne inverseuse.

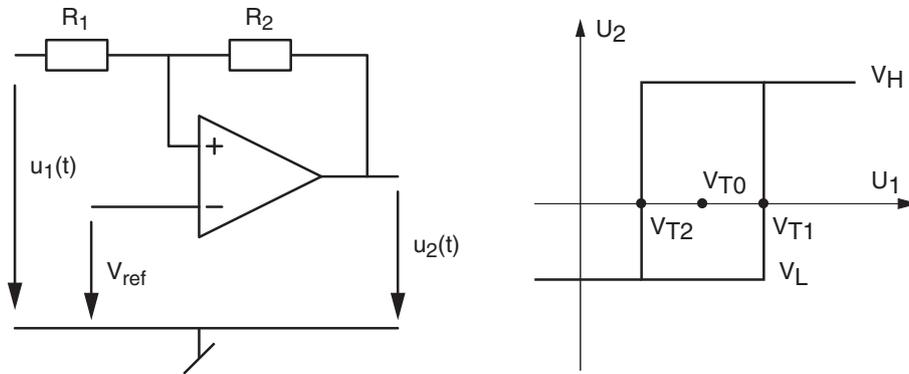


FIG. 6.3: Comparateur non inverseur à seuils variables

La commutation d'un état saturé à l'autre se fait lorsque $U_+ = U_-$. En appliquant le théorème de superposition, la condition de commutation s'écrit alors

$$U_+ = u_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} + u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_- = V_{ref}$$

d'où, au moment de la commutation,

$$u_1 = V_{ref} \frac{R_1 + R_2}{R_2} - u_2 \frac{R_1}{R_2}$$

Les seuils de commutation commandés par la tension d'entrée $u_1(t)$ s'écrivent donc

$$u_1(t) = \begin{pmatrix} V_{T1} \\ V_{T2} \end{pmatrix} = V_{ref} \frac{R_1 + R_2}{R_2} - \begin{pmatrix} V_L \\ V_H \end{pmatrix} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.8)$$

Le centre du cycle d'hystérèse se trouve cette fois ci en

$$V_{T0} = \frac{V_{T1} + V_{T2}}{2} \quad (6.9)$$

et sa largeur vaut

$$\Delta V_T \equiv V_{T1} - V_{T2} = (V_H - V_L) \frac{R_1}{R_2} \quad (6.10)$$

Dans le cas particulier d'une **tension de sortie symétrique**, on a

$$V_H = +V_{sat} \quad V_L = -V_{sat}$$

Le centre du cycle d'hystérèse se situe alors en

$$V_{T0} = V_{ref} \frac{R_1 + R_2}{R_2} \quad (6.11)$$

et sa largeur vaut

$$\Delta V_T \equiv V_{T1} - V_{T2} = 2 V_{sat} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.12)$$

Comparateur inverseur

Dans ce cas, le signal d'entrée $u_1(t)$ est branché sur l'entrée inverseuse et la tension V_{ref} est reliée à la borne non inverseuse via la résistance R_1 .

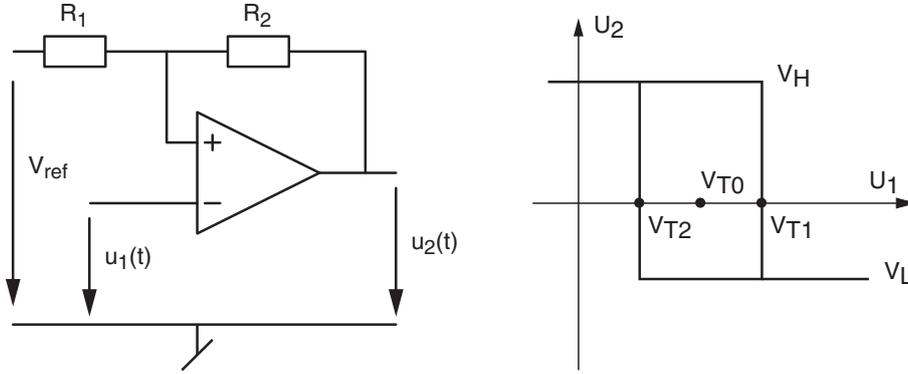


FIG. 6.4: Comparateur inverseur à seuils variables

La commutation d'un état saturé à l'autre se fait lorsque les tensions U_+ et U_- sont égales. En appliquant le théorème de superposition, la condition de commutation s'écrit alors

$$U_+ = V_{ref} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = U_- = u_1$$

d'où, au moment de la commutation,

$$u_1 = V_{ref} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + u_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Considérant que la tension $u_1(t)$ appliquée au comparateur est variable et que la tension de sortie de l'AO $u_2(t)$ ne peut prendre que deux valeurs V_H et V_L , les seuils de commutation commandés par la tension d'entrée $u_1(t)$ s'écrivent

$$u_1(t) = \begin{pmatrix} V_{T1} \\ V_{T2} \end{pmatrix} = V_{ref} \frac{R_2}{R_1 + R_2} + \begin{pmatrix} V_H \\ V_L \end{pmatrix} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.13)$$

Le centre du cycle d'hystérèse se trouve cette fois ci en

$$V_{T0} = \frac{V_{T1} + V_{T2}}{2} \quad (6.14)$$

et sa largeur vaut

$$\Delta V_T \equiv V_{T1} - V_{T2} = (V_H - V_L) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.15)$$

Dans le cas particulier d'une **tension de sortie symétrique**, on a

$$V_H = +V_{sat} \quad V_L = -V_{sat}$$

Le centre du cycle d'hystérèse se situe alors en

$$V_{T0} = V_{ref} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.16)$$

et sa largeur vaut

$$\Delta V_T \equiv V_{T1} - V_{T2} = 2 V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.17)$$

6.3 Exemples

6.3.1 Comparateur à collecteur ouvert

Considérant le comparateur inverseur de la figure 6.5 réalisé avec un circuit LM139 à collecteur ouvert et

$$V_{CC} = +5V \quad R_1 = 10k\Omega \quad R_2 = 10k\Omega$$

$$V_{DC} = +12V \quad R_5 = 1k\Omega$$

1. calculez les tensions de seuil et les niveaux V_L et V_H de la tension de sortie ;
2. dessinez la caractéristique de transfert $U_2(U_1)$ et les signaux $u_1(t) = A \sin(2\pi f_0 t)$ et $u_2(t)$ lorsque $A = 15V$ et $f_0 = 50Hz$;
3. calculez le rapport cyclique du signal de sortie.

Solution :

1. Avant de se lancer dans le calcul des seuils de commutation, il est important de relever que la sortie à collecteur ouvert est réalisée avec un transistor qui est bloqué ou saturé suivant le niveau de la tension d'entrée.
 - a) Dans le cas où le transistor est saturé, la sortie du comparateur est mise à la masse. La tension de sortie u_2 est alors nulle et la tension U_+ ne dépend que de V_{CC} . On a donc au moment de la commutation

$$U_+ = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = U_- = u_1$$

On en déduit

$$V_L = u_2 = 0$$

$$V_{T2} = U_+ = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5V \frac{10}{10 + 10} = 2.5V$$

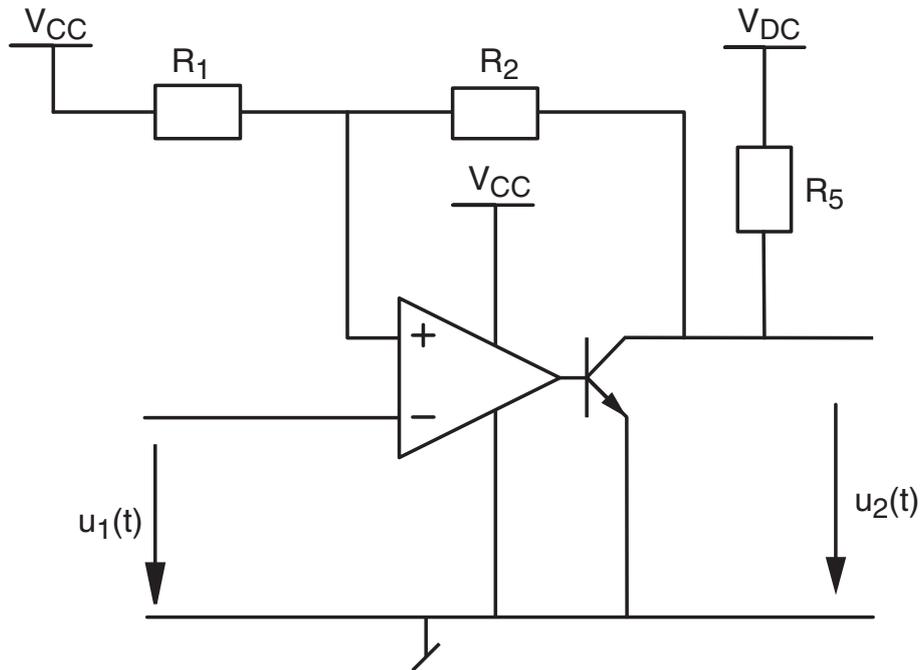


FIG. 6.5: Comparateur à collecteur ouvert

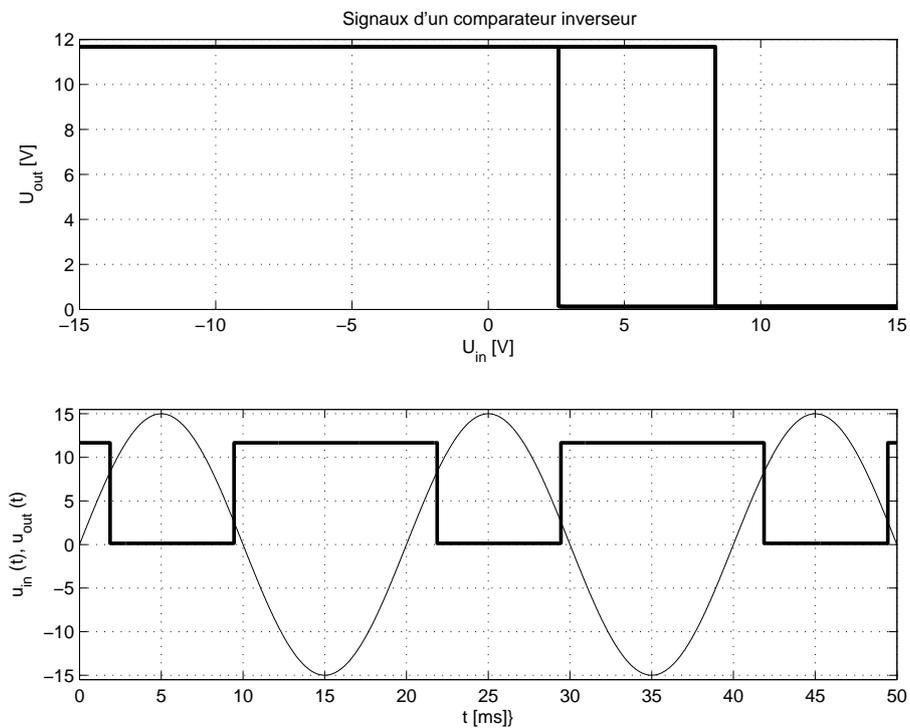


FIG. 6.6: Caractéristique de transfert et signaux temporels

- b) Dans le cas où le transistor est bloqué, la sortie du comparateur est ouverte et la tension U_+ dépend de V_{CC} et V_{DC} . Au moment de la commutation, on a donc

$$U_+ = V_{CC} \frac{R_2 + R_5}{R_1 + R_2 + R_5} + V_{DC} \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_5} = U_- = u_1$$

On en déduit

$$\begin{aligned} V_{T1} &= U_+ = V_{CC} \frac{R_2 + R_5}{R_1 + R_2 + R_5} + V_{DC} \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_5} \\ &= 5 \frac{10 + 1}{10 + 10 + 1} + 12 \frac{10}{10 + 10 + 1} = 8.33 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_H &= u_2 = V_{CC} \frac{R_5}{R_1 + R_2 + R_5} + V_{DC} \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_5} \\ &= 5 \frac{1}{10 + 10 + 1} + 12 \frac{10 + 10}{10 + 10 + 1} = 11.67 \text{ V} \end{aligned}$$

- La caractéristique de transfert et les signaux temporels sont représentés dans la figure 6.6.
- Le rapport cyclique est défini par

$$\eta = \frac{t_H}{T_0}$$

avec, dans notre cas,

$$t_H = t_1 + \frac{T_0}{2} + t_2 \quad T_0 = 20 \text{ ms}$$

$$t_1 = \frac{T_0}{2\pi} \arcsin\left(\frac{V_{T2}}{A}\right) = \frac{20 \text{ ms}}{2\pi} \arcsin\left(\frac{2.5 \text{ V}}{15 \text{ V}}\right) = 0.53 \text{ ms}$$

$$t_2 = \frac{T_0}{2\pi} \arcsin\left(\frac{V_{T1}}{A}\right) = \frac{20 \text{ ms}}{2\pi} \arcsin\left(\frac{8.33 \text{ V}}{15 \text{ V}}\right) = 1.87 \text{ ms}$$

d'où

$$t_H = t_1 + \frac{T_0}{2} + t_2 \simeq 12.4 \text{ ms}$$

$$\eta = \frac{t_H}{T_0} \simeq \frac{12.4 \text{ ms}}{20 \text{ ms}} = 62 \%$$

6.3.2 Réglage de température à l'aide d'un comparateur

On considère ici une enceinte thermique dont on aimerait régler la température aux environs de 75°C . Pour ce faire, on utilise un capteur de température dont la sortie analogique varie entre 0 et 5 [V] lorsque la température de l'enceinte varie entre 0 et 100°C .

- Sachant que la puissance thermique est fournie par un corps de chauffe électrique que l'on commande à l'aide d'un relais, proposez un schéma permettant de maintenir la température à plus ou moins 5 degrés de la température souhaitée.
- Sachant qu'en l'absence de réglage, la température de l'enceinte passe de la température ambiante 20°C au 95% de sa valeur maximum de 100°C en 15 minutes environ :
 - calculez la constante de temps de l'enceinte ;
 - esquissez l'évolution de température au cours du temps ;
 - calculez les durées d'enclenchement et de déclenchement de la puissance.

Solution :

6.4 Bascules ou circuits astables

Ces circuits sont simplement des comparateurs inverseurs symétriques qui génèrent eux-mêmes le signal d'entrée $u_1(t)$ en chargeant une capacité C .

6.4.1 Bascule à cycle symétrique

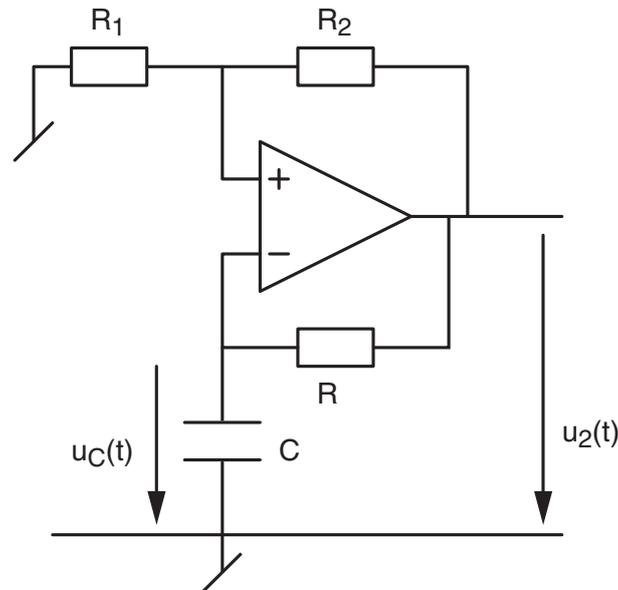


FIG. 6.7: Bascule à cycle symétrique

Comme toujours, la commutation a lieu lorsque $U_+ = U_-$ avec dans le cas présent

$$U_+ = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_- = u_C(t) \equiv u_1(t)$$

Ce qui donne les niveaux de commutation suivants

$$V_{T1,2} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (6.18)$$

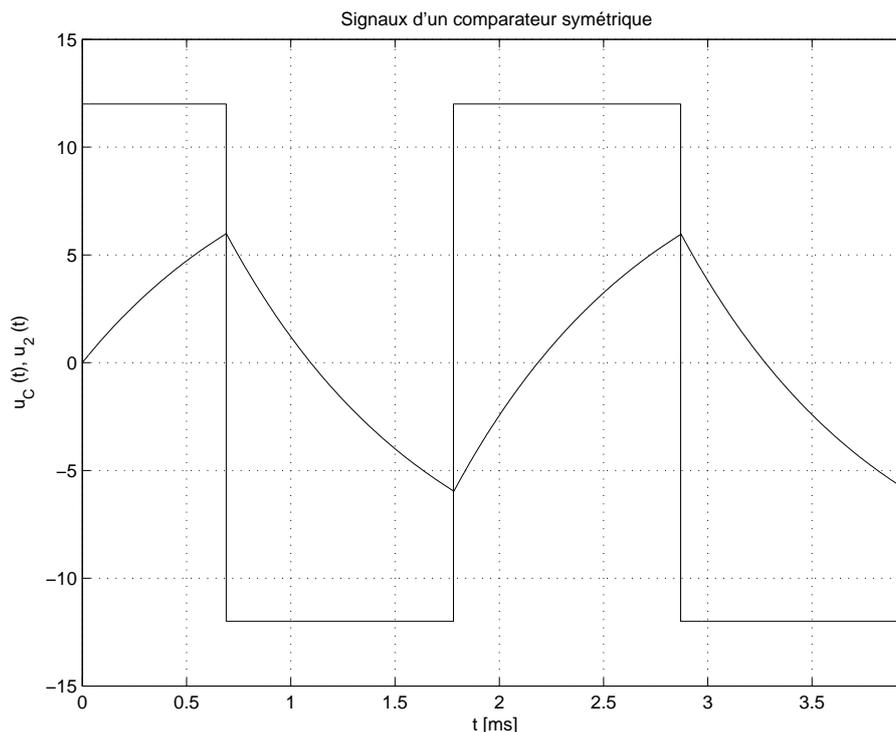
Comme le condensateur C va se charger à la tension de sortie du comparateur au travers de la résistance R , on obtient le graphe représenté à la figure 6.8.

On se souvient que l'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur est décrite par

$$u(t) = u_\infty - (u_\infty - u_0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (6.19)$$

et que le temps de charge d'un nécessaire pour atteindre la tension $u(t)$ vaut

$$t = \tau \ln\left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t)}\right) \quad \tau = RC \quad (6.20)$$

FIG. 6.8: Évolution de la tension $u_C(t)$

Utilisant cette expression, on peut calculer la durée de la charge t_H avec les valeurs particulières suivantes

$$\begin{aligned} u_\infty &= +V_{sat} \\ u_0 = V_{T2} &= -V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ u(t_H) = V_{T1} &= +V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

En plaçant l'origine du temps $t = 0$ à l'instant de la transition positive, on a en effet :

$$\begin{aligned} t_H &= \tau \ln \left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t_H)} \right) \\ &= RC \ln \left(\frac{+V_{sat} - \left(-V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)}{+V_{sat} - \left(+V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)} \right) \\ &= RC \ln \left(\frac{R_1 + R_2 + R_1}{R_1 + R_2 - R_1} \right) \end{aligned}$$

D'où

$$t_H = RC \ln \left(\frac{2R_1 + R_2}{R_2} \right) \quad (6.21)$$

Les niveaux de commutation étant symétriques, les temps de charge t_H et de décharge t_L sont les mêmes et l'on a

$$T = t_H + t_L = 2t_H = 2RC \ln \left(\frac{2R_1 + R_2}{R_2} \right) \quad (6.22)$$

Dans le cas fréquent où l'on choisit $R_1 = R_2 = R$, la période d'oscillation vaut alors

$$T = 2 \ln(3) RC \simeq 2.2 RC \quad (6.23)$$

6.4.2 Bascule à cycle non symétrique

La figure 6.9 présente le schéma d'une bascule non symétrique réalisée avec des diodes afin d'obtenir des temps de charge et de décharge.

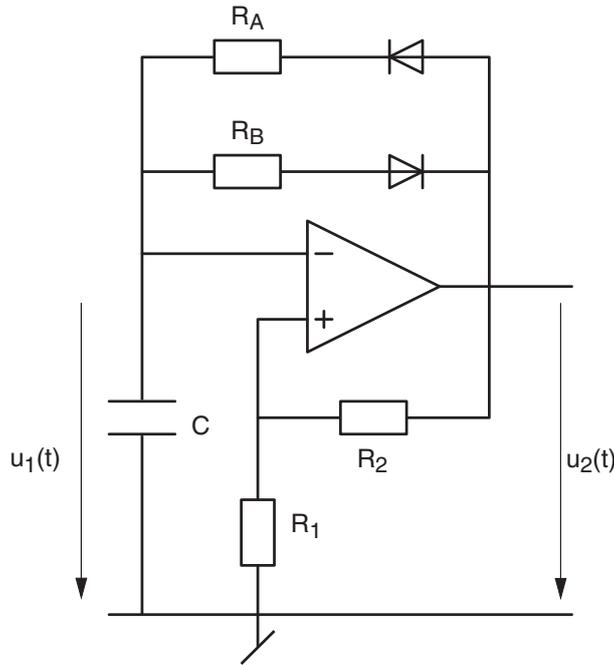


FIG. 6.9: Bascule à cycle non symétrique

Dans un but de simplification, on considérera ici des valeurs égales pour les résistances R_1 et R_2 qui fixent les seuils de commutation. On obtient alors

$$U_+ = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \pm \frac{1}{2} V_{sat} \quad U_- = u_C(t) \equiv u_1(t)$$

D'où

$$V_{T1,2} = \pm \frac{1}{2} V_{sat}$$

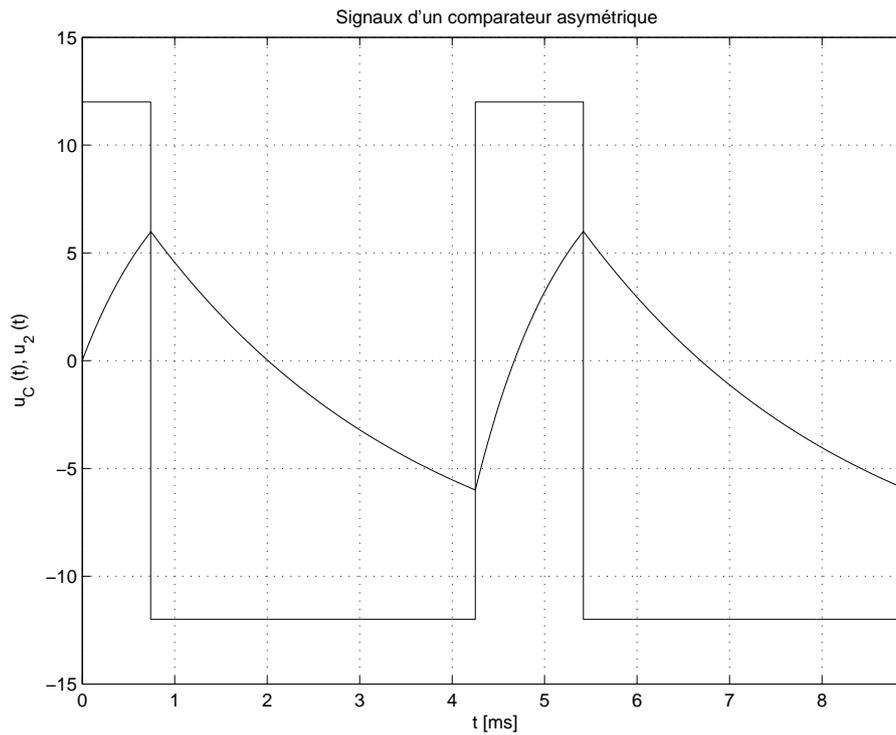
Comme les diodes possèdent une tension de seuil V_j , le condensateur C va se charger vers la tension de sortie $+V_{sat} - V_j$ au travers de la résistance R_A et se décharger vers la tension $-V_{sat} + V_j$ au travers de la résistance R_B . L'évolution de la tension aux bornes de la capacité est illustrée par le graphe de la figure 6.10.

Se souvenant que le temps de charge d'un condensateur est décrit par

$$t = \tau \ln \left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t)} \right) \quad \tau = RC$$

et considérant que le temps de charge t_H est caractérisé par les valeurs particulières suivantes

$$\tau_1 = R_A C$$

FIG. 6.10: Évolution de la tension $u_C(t)$

$$\begin{aligned}
 u_{\infty} &= +V_{sat} - V_j \\
 u_0 = V_{T2} &= -\frac{1}{2} V_{sat} \\
 u(t_H) = V_{T1} &= +\frac{1}{2} V_{sat}
 \end{aligned}$$

on peut calculer la durée de la charge en plaçant l'origine du temps $t = 0$ à l'instant de la transition positive

$$\begin{aligned}
 t_H &= \tau \ln \left(\frac{u_{\infty} - u_0}{u_{\infty} - u(t_H)} \right) \\
 &= R_{AC} \ln \left(\frac{(+V_{sat} - V_j) - (-\frac{1}{2} V_{sat})}{(+V_{sat} - V_j) - (+\frac{1}{2} V_{sat})} \right) \\
 &= R_{AC} \ln \left(\frac{\frac{3}{2} V_{sat} - V_j}{\frac{1}{2} V_{sat} - V_j} \right)
 \end{aligned}$$

d'où

$$t_H = R_{AC} \ln \left(\frac{3V_{sat} - 2V_j}{V_{sat} - 2V_j} \right) \quad (6.24)$$

Le calcul de la durée de décharge t_L se fait avec les valeurs particulières suivantes

$$\begin{aligned}
 \tau_2 &= R_B C \\
 u_{\infty} &= -V_{sat} + V_j \\
 u_0 = V_{T1} &= +\frac{1}{2} V_{sat}
 \end{aligned}$$

$$u(t_L) = V_{T2} = -\frac{1}{2} V_{sat}$$

En plaçant l'origine du temps $t = 0$ à l'instant de la transition négative, cela donne

$$\begin{aligned} t_L &= \tau \ln \left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t_L)} \right) \\ &= R_B C \ln \left(\frac{(-V_{sat} + V_j) - (+\frac{1}{2} V_{sat})}{(-V_{sat} + V_j) - (-\frac{1}{2} V_{sat})} \right) \\ &= R_B C \ln \left(\frac{-\frac{3}{2} V_{sat} + V_j}{-\frac{1}{2} V_{sat} + V_j} \right) \end{aligned}$$

d'où

$$t_L = R_B C \ln \left(\frac{3 V_{sat} - 2 V_j}{V_{sat} - 2 V_j} \right) \quad (6.25)$$

La période d'oscillation vaut alors

$$T = t_H + t_L = (R_A + R_B) C \ln \left(\frac{3 V_{sat} - 2 V_j}{V_{sat} - 2 V_j} \right) \quad (6.26)$$

et on constate que le rapport cyclique dépend uniquement du diviseur résistif constitué par les résistances R_A et R_B

$$\eta \equiv \frac{t_H}{T} = \frac{R_A}{R_A + R_B} \quad (6.27)$$

6.4.3 Bascule unipolaire

La figure 6.11 présente le schéma d'une bascule unipolaire qui possède l'avantage de ne nécessiter qu'une seule alimentation. De plus, les résistances $R_{1,2,3}$ permettent d'adapter le rapport cyclique à la valeur désirée.

Considérons le cas particulier où les trois résistances sont égales et où les tensions de saturation sont $V_H = V_{CC}$ et $V_L = 0$. On sait que le comparateur commute lorsque

$$U_+ = V_{CC} \frac{R_{12}}{R_3 + R_{12}} + u_2 \frac{R_{13}}{R_{13} + R_2} = U_- = u_1 \quad (6.28)$$

avec dans ce cas

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R}{2}, \quad R_{13} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{R}{2}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} V_{CC} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.29)$$

Les tensions de seuil se situent donc en

$$\begin{aligned} u_1 = V_{T1,2} &= \left(V_{CC} + \begin{pmatrix} V_{CC} \\ 0 \end{pmatrix} \right) \frac{R/2}{R/2 + R} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2V_{CC} \\ V_{CC} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} V_{CC} \\ \frac{1}{3} V_{CC} \end{pmatrix} \\ V_{T1,2} &= \begin{pmatrix} \frac{2}{3} V_{CC} \\ \frac{1}{3} V_{CC} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6.30)$$

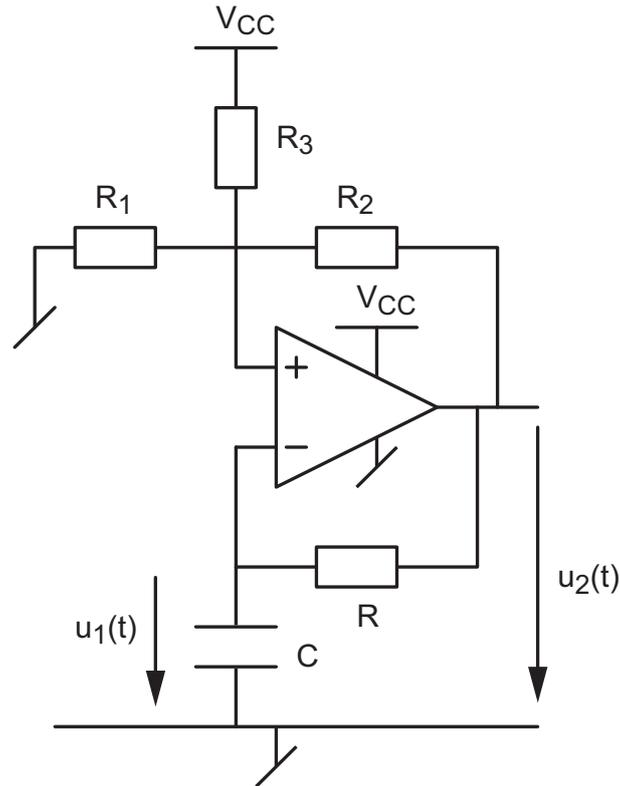


FIG. 6.11: Bascule unipolaire

La capacité C va se charger avec la constante de temps $\tau = RC$ entre les tensions $\frac{1}{3}V_{CC}$ et $\frac{2}{3}V_{CC}$. Les temps de charge t_H et de décharge t_L vaudront alors

$$\begin{aligned} t_H &= \tau \ln \left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t_H)} \right) \\ &= RC \ln \left(\frac{V_{CC} - \frac{1}{3}V_{CC}}{V_{CC} - \frac{2}{3}V_{CC}} \right) = RC \ln 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_L &= \tau \ln \left(\frac{u_\infty - u_0}{u_\infty - u(t_L)} \right) \\ &= RC \ln \left(\frac{0 - \frac{2}{3}V_{CC}}{0 - \frac{1}{3}V_{CC}} \right) = RC \ln 2 \end{aligned}$$

On voit ainsi que, lorsque les résistances $R_{1,2,3}$ sont égales le rapport cyclique est de 50% car on a

$$t_H = t_L = RC \ln 2 \quad (6.31)$$

La période d'oscillation de la bascule vaut alors

$$T = t_H + t_L = 2RC \ln 2 \simeq 1.386 RC \quad (6.32)$$

6.5 Générateurs de signaux

Les générateurs de signaux sont basés sur le principe des bascules. La seule différence consiste à remplacer le circuit RC par un intégrateur afin d'obtenir un signal triangulaire plutôt qu'une suite d'arcs d'exponentielles. Comme l'intégrateur est inverseur, on utilisera dans ce cas un comparateur non inverseur.

6.5.1 Signaux carrés et triangulaires

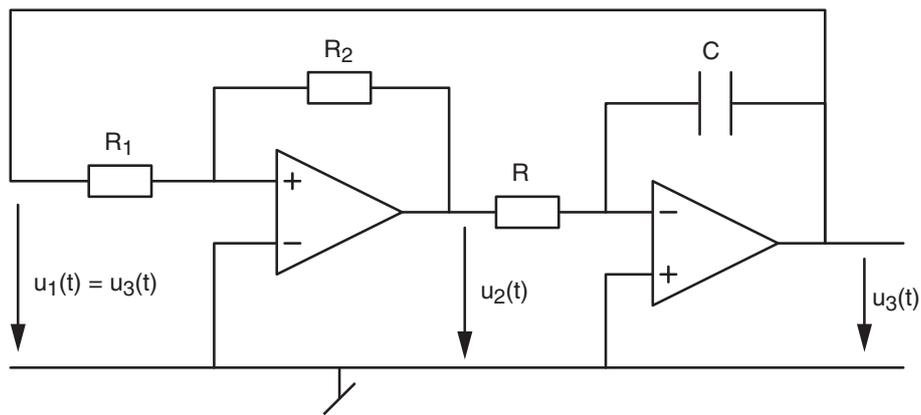


FIG. 6.12: Générateur de signaux carrés et triangulaires

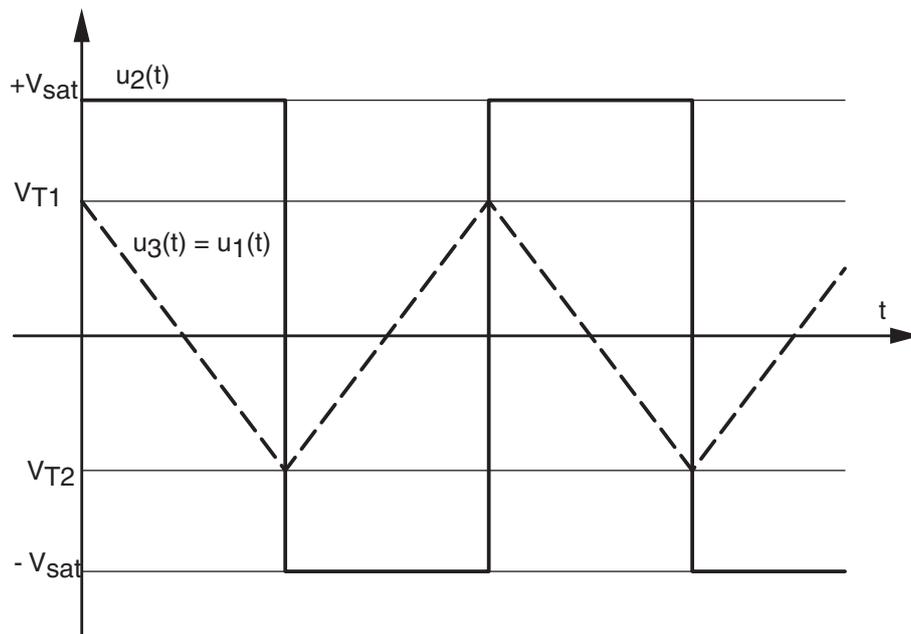


FIG. 6.13: Évolution des tensions

Considérant que le signal de sortie du comparateur est symétrique et qu'il vaut

$$u_2(t) = \pm V_{sat} \quad (6.33)$$

la tension fournie par l'intégrateur vaudra

$$u_3(t) = - \left(\frac{1}{RC} \int_0^t u_2(t) dt + u_{C0} \right) = \mp \frac{V_{sat}}{RC} t + u_3(0) \quad (6.34)$$

Ce signal est donc constitué de segments de droite dont la pente vaut

$$p_1 = \pm \frac{V_{sat}}{RC} \quad (6.35)$$

Comme le signal de sortie de l'intégrateur est appliqué au comparateur non inverseur, celui-ci basculera chaque fois que $u_3(t)$ atteint un des deux seuils de commutation

$$V_{T1,2} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.36)$$

Le temps nécessaire pour aller d'un seuil à l'autre est égal à la demi-période du signal. On voit ainsi que la pente générée par le circuit vaut

$$p_2 = \pm \frac{V_{T1} - V_{T2}}{T/2} = \pm \frac{2 V_{sat} \frac{R_1}{R_2}}{T/2} = \pm \frac{4 V_{sat}}{T} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.37)$$

En égalant la pente mathématique p_1 à la pente générée p_2 ,

$$p_1 = \frac{V_{sat}}{RC} = p_2 = \frac{4 V_{sat}}{T} \frac{R_1}{R_2}$$

on voit que la période des signaux carrés et triangulaires vaut

$$T = 4 RC \frac{R_1}{R_2} \quad (6.38)$$

Les amplitudes des ces 2 signaux valent

$$A_{car} = V_{sat} \quad A_{tri} = V_{sat} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.39)$$

6.5.2 Oscillateur à fréquence variable (VCO)

Le principe d'un VCO (Voltage Controlled Oscillator) est le même que celui d'un générateur de signaux carrés et triangulaires sauf que, dans ce cas, l'amplitude du signal d'entrée de l'intégrateur doit être modifiée en fonction de la fréquence souhaitée. De plus, sa polarité doit être changée au bon moment.

Pour réaliser ces opérations, on utilise deux AO permettant d'avoir à disposition les tensions $+u_1(t)$ et $-u_1(t)$ ainsi que deux transistors (saturés ou bloqués) commandés par le comparateur pour choisir la polarité du signal d'entrée (figure 6.14.a).

Comme on l'a vu plus haut, le comparateur génère le signal carré d'amplitude $\pm V_{sat}$ et l'intégrateur fournit le signal triangulaire d'amplitude

$$V_{T1,2} = \pm V_{sat} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.40)$$

Par contre, la pente du signal triangulaire dépend de la tension d'entrée $u_1(t)$ appliquée à l'intégrateur. En effet, pour une valeur constante de $u_1(t) = U_1$, on a

$$u_3(t) = - \left(\frac{1}{RC} \int_0^t u_1(t) dt + u_{C0} \right) = \frac{U_1}{RC} t + u_3(0) \quad (6.41)$$

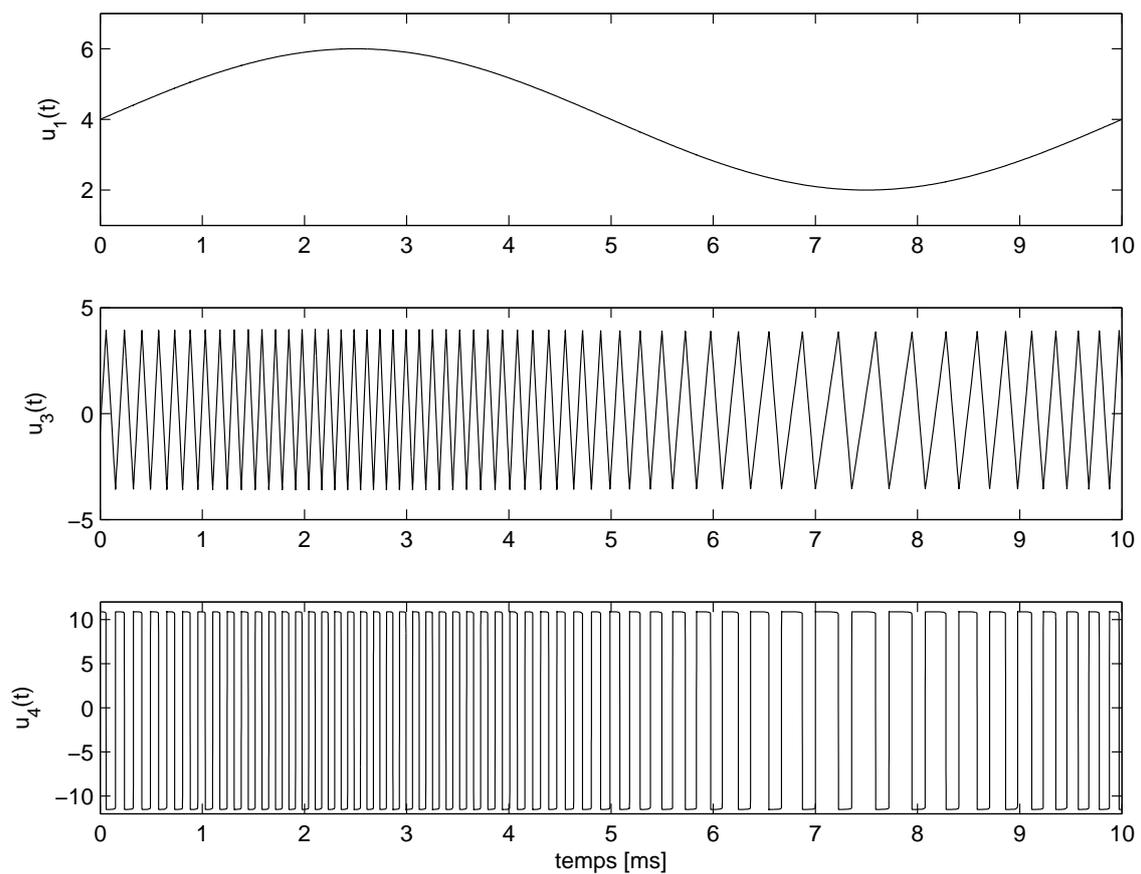
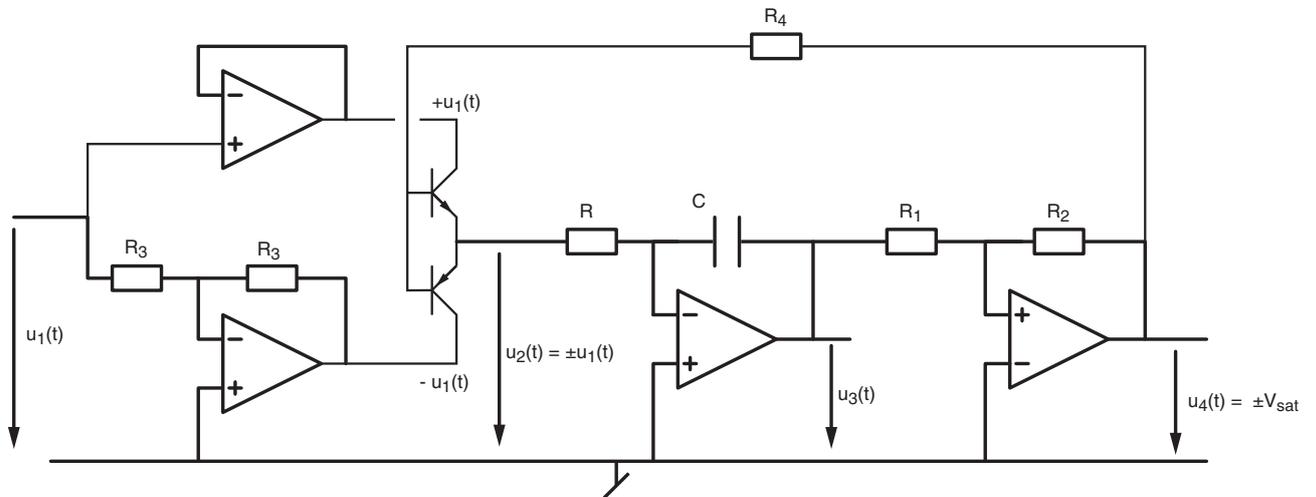


FIG. 6.14: a) Schéma d'un oscillateur à fréquence variable (VCO)
 b) Signaux d'un VCO commandé par une tension sinusoïdale

dont la pente vaut

$$p_1 = \frac{U_1}{RC} \quad (6.42)$$

En égalant cette pente p_1 à la pente p_2 générée par le circuit

$$p_2 = \frac{V_{T1} - V_{T2}}{T/2} = \frac{2V_{sat} \frac{R_1}{R_2}}{T/2} = \frac{4V_{sat}}{T} \frac{R_1}{R_2} \quad (6.43)$$

on voit que la période des signaux carrés et triangulaires vaut cette fois-ci

$$T = 4RC \frac{R_1}{R_2} \frac{V_{sat}}{U_1}$$

et que la fréquence $f = 1/T$ dépend linéairement de la tension d'entrée $u_1(t)$

$$f(u_1) \equiv \frac{1}{T} = \frac{1}{4RC} \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{V_{sat}} u_1 \quad (6.44)$$

Une illustration de la commande de la fréquence par un signal sinusoïdal est donnée dans la figure 6.14.b. On peut y relever les fréquences minimum et maximum

$$f_{min} = \frac{1}{T_{max}} = \frac{1}{0.365 \text{ ms}} = 2.74 \text{ [kHz]} \quad f_{max} = \frac{1}{T_{min}} = \frac{1}{0.126 \text{ ms}} = 7.94 \text{ [kHz]}$$

On voit donc que pour une variation de la tension d'entrée

$$\Delta U = U_{max} - U_{min} = 6 \text{ V} - 2 \text{ V} = 4 \text{ [V]}$$

la variation de fréquence vaut

$$\Delta f = f_{max} - f_{min} = 7.94 \text{ [kHz]} - 2.74 \text{ [kHz]} = 5.2 \text{ [kHz]}$$

On en déduit le gain du VCO

$$K_{VCO} \equiv \frac{\Delta f}{\Delta U} \simeq 1.3 \left[\frac{\text{kHz}}{\text{V}} \right]$$

et la fréquence centrale (ou de repos) obtenue lorsque $u_1(t) = 4 \text{ [V]}$

$$f_0 = \frac{f_{min} + f_{max}}{2} = 5.34 \text{ [kHz]} \quad @ \quad U_1 = 4 \text{ [V]}$$

On notera que le circuit VCO n'est rien d'autre qu'un modulateur de fréquence permettant de remplacer un signal d'amplitude variable ($u_1(t)$) par un signal d'amplitude constante mais de fréquence variable ($u_3(t)$ ou $u_4(t)$). L'information ne se trouve plus dans l'amplitude instantanée mais dans la fréquence ; c'est le principe utilisé en radio FM pour transmettre les signaux en modulation de fréquence.

6.5.3 Signaux sinusoïdaux

Signaux et caractéristiques de transfert

À ce stade, il est important de réaliser que les circuits étudiés dans ce chapitre sont des circuits non linéaires. Le fonctionnement de tels circuits ne peut pas être représenté par une fonction de transfert $H(j\omega)$ comme on le fait pour les circuits linéaires. On doit donc décrire la relation entrée-sortie par une caractéristique de transfert $U_2(U_1)$ qui n'est pas linéaire.

Trois exemples de caractéristiques sont présentés dans la figure 6.15. On y trouve les caractéristiques de transfert d'un amplificateur linéaire, d'un comparateur non inverseur et d'un conformateur modifiant la forme du signal appliqué en entrée.

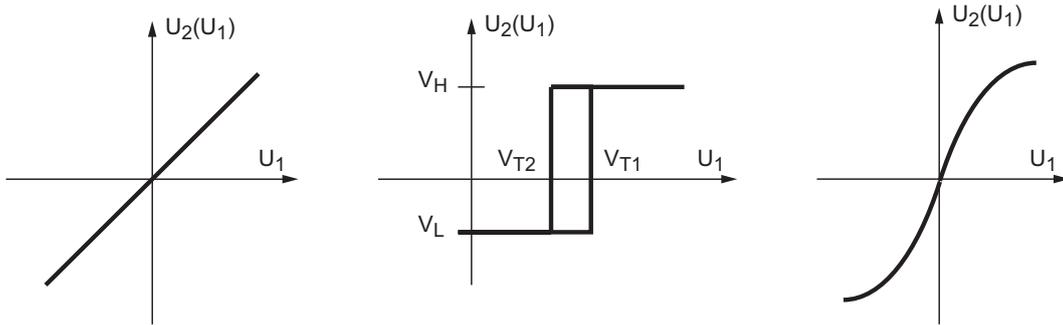


FIG. 6.15: Trois caractéristiques de transfert

Amplificateurs La tension de sortie d'un amplificateur idéal (sans déphasage) est simplement décrite par la relation

$$U_2 = A_U U_1$$

et sa représentation dans le plan $U_2(U_1)$ donne une simple droite qui n'apporte rien d'autre que le gain de l'amplificateur.

Dans le cas d'un amplificateur dont la bande passante est limitée, cette droite se transforme petit à petit en une ellipse dont la largeur augmente progressivement avec la fréquence (effet du déphasage).

Comparateur Un comparateur fournit un signal de sortie à deux états dépendants du niveau et de l'histoire du signal d'entrée. Par exemple, dans le cas d'un comparateur non inverseur, le cycle d'hystérèse est décrit par

$$U_2 = \begin{cases} V_H & \text{si } U_1 \nearrow > V_{T1} \\ V_L & \text{si } U_1 \searrow < V_{T2} \end{cases}$$

Conformateur sinusoïdal Un conformateur est un circuit utilisé pour modifier la forme du signal d'entrée selon une loi connue. Il est souvent réalisé à l'aide de diodes qui permettent d'approcher une fonction non linéaire par des segments de droite. Dans le cas d'un conformateur sinusoïdal, la loi que l'on souhaite réaliser est la suivante

$$U_2 = B \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{U_1}{A}\right)$$

Conformateur à diodes

En utilisant les zones de conduction et blocage de plusieurs diodes, il est possible de créer des fonctions non linéaires. On réalise ainsi ce que l'on appelle un conformateur à diodes. Un exemple de circuit avec sa caractéristique de transfert est donné dans la figure 6.16.

Selon l'état de conduction des diodes $D_{1,2,3}$, on parcourt l'un ou l'autre des trois segments de droite. Dans la réalité, le passage d'un segment à l'autre se fera de manière plus douce et l'approximation d'une sinusoïde sera tout à fait satisfaisante. Les diodes placées de manière inverse permettent de parcourir le troisième quadrant ($u_1 < 0, u_2 < 0$) et obtenir ainsi la totalité de la sinusoïde.

L'analyse du circuit montre immédiatement que trois situations doivent être envisagées :

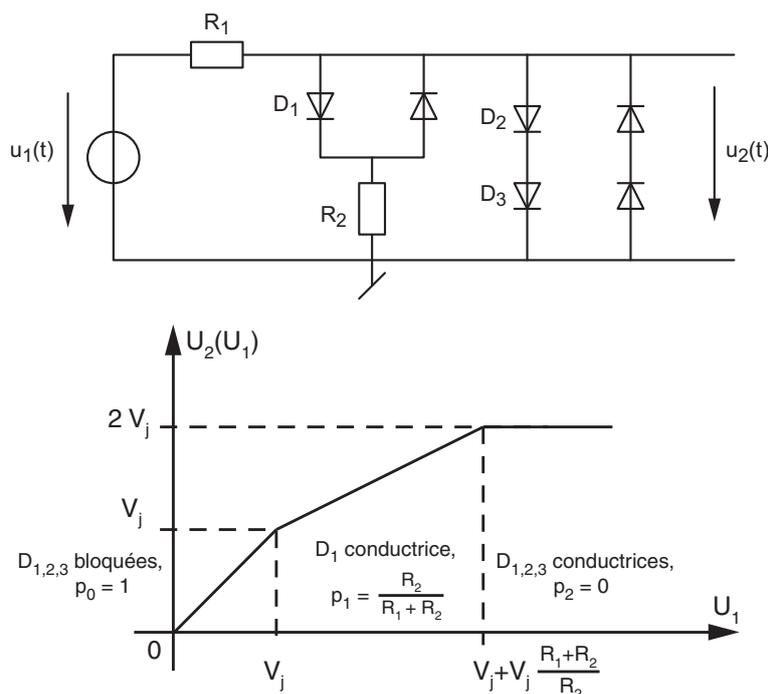


FIG. 6.16: Schéma et caractéristique d'un conformateur à diodes

1. Aucune diode ne conduit si $u_1(t) < V_j$. Le signal de sortie est alors égal au signal d'entrée et la pente de la caractéristique vaudra

$$p_0 = 1 \left[\frac{V}{V} \right] \quad (6.45)$$

2. Les diodes D_1 et D_2 conduisent et les autres sont bloquées. Le signal d'entrée sera alors atténué par le diviseur $\{R_1, R_2\}$ et la pente vaudra

$$p_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left[\frac{V}{V} \right] \quad (6.46)$$

3. Toutes les diodes conduisent et la sortie est limitée à $2V_j$. La pente est alors nulle

$$p_2 = 0 \left[\frac{V}{V} \right] \quad (6.47)$$

Calcul des amplitudes

On se propose dans ce qui suit de calculer l'amplitude A du signal triangulaire ainsi que les résistances permettant de réaliser aussi bien que possible un signal sinusoïdal. L'approche utilisée consiste à faire en sorte que les pentes des segments de droite coïncident au mieux avec celles de la sinusoïde. Pour les calculs, on admettra que les diodes ont une tension de seuil de 0.6 [V] .

L'amplitude du signal sinusoïdal est maximum quand toutes les diodes conduisent et l'on alors

$$B = 2V_j \simeq 1.2 \text{ [V]} \quad (6.48)$$

Considérant que, pour t compris entre $-T/4$ et $+T/4$, les tensions d'entrée et de sortie sont décrites respectivement par

$$u_1(t) = A \frac{t}{T/4} = \frac{4A}{T} t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{T}{4A} u_1(t) \quad (6.49)$$

$$u_2(t) = B \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \quad (6.50)$$

on en déduit la caractéristique de transfert qui relie ces deux tensions

$$\begin{aligned} u_2(t) &= B \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = B \sin\left(\frac{2\pi}{T} \frac{T}{4A} u_1(t)\right) \\ u_2(t) &= B \sin\left(\frac{\pi}{2A} u_1(t)\right) \end{aligned} \quad (6.51)$$

En dérivant u_2 par rapport à u_1 , on obtient la pente de cette caractéristique

$$\frac{du_2}{du_1} = B \frac{\pi}{2A} \cos\left(\frac{\pi}{2A} u_1(t)\right) = \frac{\pi}{2} \frac{B}{A} \cos\left(\frac{\pi}{2A} u_1(t)\right)$$

On a vu plus haut qu'autour de l'origine, cette pente vaut 1 ; on a donc

$$\left. \frac{du_2}{du_1} \right|_{u_1=0} = 1 = \frac{\pi}{2} \frac{B}{A} \quad (6.52)$$

On en déduit que l'amplitude A du signal triangulaire doit valoir

$$A = \frac{\pi}{2} B = \frac{\pi}{2} 2V_j = \pi V_j \simeq 1.88 [V] \quad (6.53)$$

Dans la zone de conduction des diodes D_1 et D_2 , c'est-à-dire à mi-chemin de l'amplitude du signal triangulaire, la pente idéale vaudra

$$\left. \frac{du_2}{du_1} \right|_{u_1=A/2} = B \frac{\pi}{2A} \cos\left(\frac{\pi}{2A} \frac{A}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \frac{B}{A} \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.707 \quad (6.54)$$

Comme la pente due au diviseur résistif doit être égale à cette pente idéale, on en déduit que

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0.707 \quad \Rightarrow \quad R_2 = 2.414 R_1 \quad (6.55)$$

Exemple

Afin d'illustrer ce qui vient d'être dit, considérons un signal original triangulaire d'amplitude $A_0 = 5 V$ et le schéma avec adaptation de l'amplitude du signal triangulaire (figure 6.18).

Comme on l'a vu plus haut, l'amplitude du signal triangulaire doit valoir, à l'entrée du conformateur, $A = \pi V_j = 1.88 V$. Cela peut se faire simplement avec un diviseur de tension tel que

$$A = A_0 \frac{R_{12}}{R_{11} + R_{12}} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_{11}}{R_{12}} = \frac{A_0}{A} - 1 = \frac{5 V}{1.88 V} - 1 = 1.66$$

Une bonne approximation de ce rapport est obtenu avec

$$R_{11} = 2 k\Omega \text{ et } R_{12} = 1.2 k\Omega$$

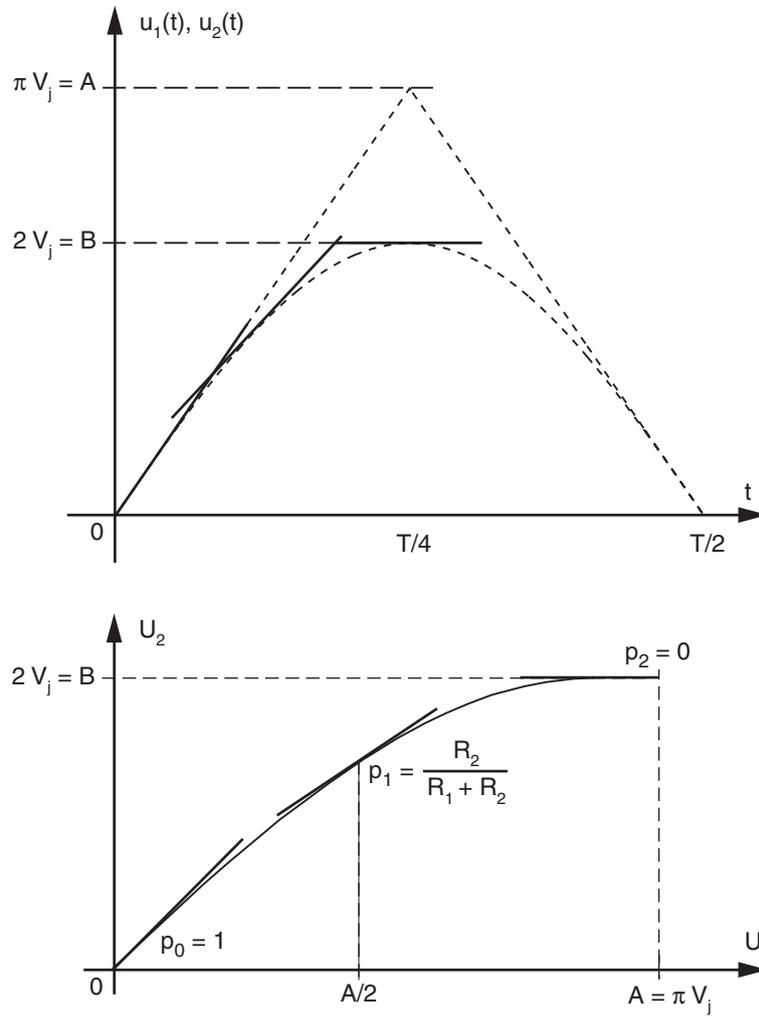


FIG. 6.17: Passage d'un triangle au sinus

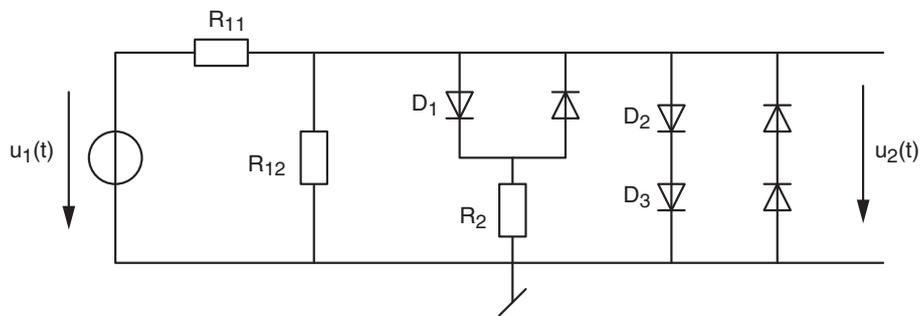


FIG. 6.18: Conformateur avec adaptation d'amplitude

Vu du conformateur à diodes, ces deux résistances mises en parallèle sont équivalentes à la résistance

$$R_1 = R_{11} \parallel R_{12} = \frac{2 \cdot 1.2}{2 + 1.2} = 0.75 [k\Omega]$$

On en déduit donc

$$R_2 = 2.414 R_1 = 1.8 [k\Omega]$$

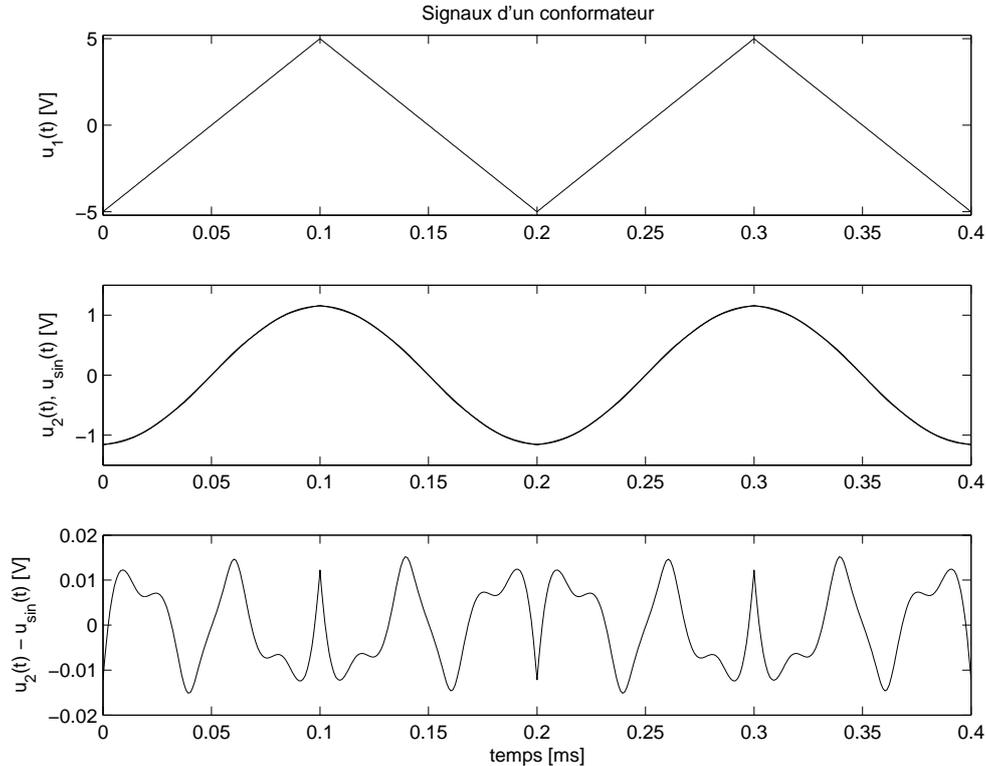


FIG. 6.19: Signaux d'un conformateur à diodes

La simulation de ce circuit a conduit aux résultats présentés dans la figure 6.19. D'un point de vue purement visuel, le signal de sortie ressemble fort à une sinusoïde. Le calcul de la différence entre ce signal et une sinusoïde idéale de même amplitude montre que l'écart est très faible ($< 20 \text{ mV}$) par rapport à l'amplitude ($\simeq 1.2 \text{ V}$). On notera cependant que l'analyse visuelle de la qualité d'un signal est insuffisante.

Un moyen simple et efficace de chiffrer la qualité d'une sinusoïde réelle consiste à mesurer son spectre d'amplitudes (A_1, A_2, A_3, \dots) et d'en calculer le taux de distorsion harmonique (TDH) défini comme suit

$$TDH \equiv \frac{X_{eff, k>1}}{X_{eff, k=1}} = \sqrt{\frac{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \dots}{A_1^2}}$$

Celui-ci mesure la valeur efficace des harmoniques A_2, A_3, \dots par rapport à la valeur efficace de la fondamentale A_1 . Une sinusoïde parfaite possède un TDH nul. Avec le conformateur simple proposé ci-dessus, on peut espérer atteindre un TDH inférieur à 5% environ.

6.6 Exercices

Comp 1 Considérant le circuit Comp 1 avec

$$u_1(t) = 6 \sin(2\pi 100 t), \quad V_{sat} = \pm 12 \text{ V} \quad R_1 = 20 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 40 \text{ k}\Omega$$

dessinez la caractéristique de transfert du circuit ; calculez littéralement puis numériquement ses niveaux de seuil ; dessinez la tension de sortie $u_2(t)$.

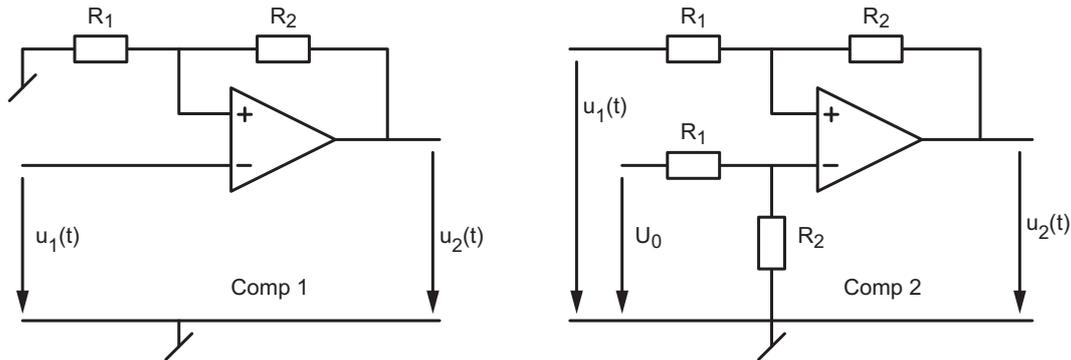


FIG. 6.20: Exercices Comp 1 – Comp 2

Comp 2 Considérant le circuit Comp 2 avec

$$u_1(t) = 6 \sin(2\pi 100 t), \quad V_{sat} = \pm 12 \text{ V}, \quad U_0 = +2 \text{ V} \quad R_1 = 10 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 60 \text{ k}\Omega$$

dessinez la caractéristique de transfert du circuit ; calculez littéralement puis numériquement ses niveaux de seuil ; dessinez la tension de sortie $u_2(t)$.

Comp 3 Admettant $V_{CC} = \pm 12 \text{ V} = V_{sat}$, proposez deux comparateurs à seuils permettant de réaliser les deux caractéristiques de transfert Comp 3 de la figure 6.21.

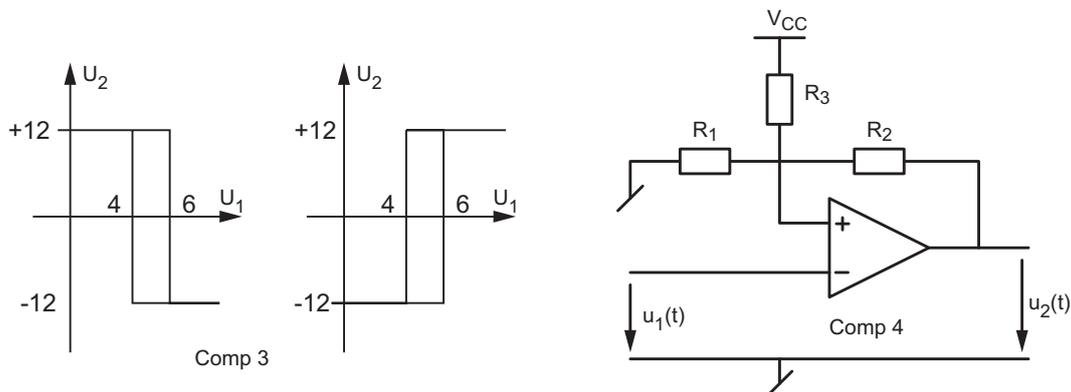


FIG. 6.21: Exercices Comp 3 – Comp 4

Comp 4 Admettant $V_{sat} = V_{CC} = \pm 12 \text{ V}$ et $R_{1,2,3} = R$, calculez puis dessinez la caractéristique de transfert du circuit Comp 4. **Rép.** : $V_{T1,2} = (8 \text{ V}; 0 \text{ V})$

Comp 5 Considérant la bascule astable de la figure 6.7 et admettant des niveaux de saturation différents V_H , V_L ,

1. calculez les temps t_H , t_L ;
2. faites l'application numérique avec $R_1 = R_2$ et $V_H = +12\text{ V}$, $V_L = -6\text{ V}$;
3. calculez R et C pour que la période d'oscillation soit de 1 ms.

Comp 6 Pour mesurer et régler la température d'une pièce entre $+18^\circ\text{C}$ et $+20^\circ\text{C}$, on utilise une résistance NTC placée sur une branche d'un pont de Wheatstone. L'amplificateur différentiel branché sur la diagonale du pont fournit une tension proportionnelle à la température variant entre 0 V et 5 V pour des températures comprises entre 10°C et 30°C .

1. Dessinez le schéma et la caractéristique du capteur ; quelles seront les tensions de seuil du comparateur ?
2. Dessinez le schéma fonctionnel de l'ensemble et proposez un schéma électronique permettant de régler la température de la pièce ; calculez ses composants.
3. Souhaitant évaluer les temps d'enclenchement et de déclenchement du chauffage, on a observé que sans chauffage, la température se stabilise à $+10^\circ\text{C}$ et que, lorsque le chauffage est enclenché en permanence, la température atteint $+25^\circ\text{C}$ avec une constante de temps d'environ 1 heure. Étant donné ces valeurs, calculez les temps t_{on} et t_{off} du chauffage.

Comp 7 Pour les deux circuits de la figure 6.22 tels que $V_{sat} = \pm V_{CC} = \pm 12\text{ V}$,

1. déterminez les tensions de commutation ;
2. esquissez $u_2(t)$ et $u_C(t)$ lorsque $R = 1\text{ k}\Omega$ et $C = 1\text{ }\mu\text{F}$;
3. calculez les temps t_H et t_L , la période T et le rapport cyclique η .

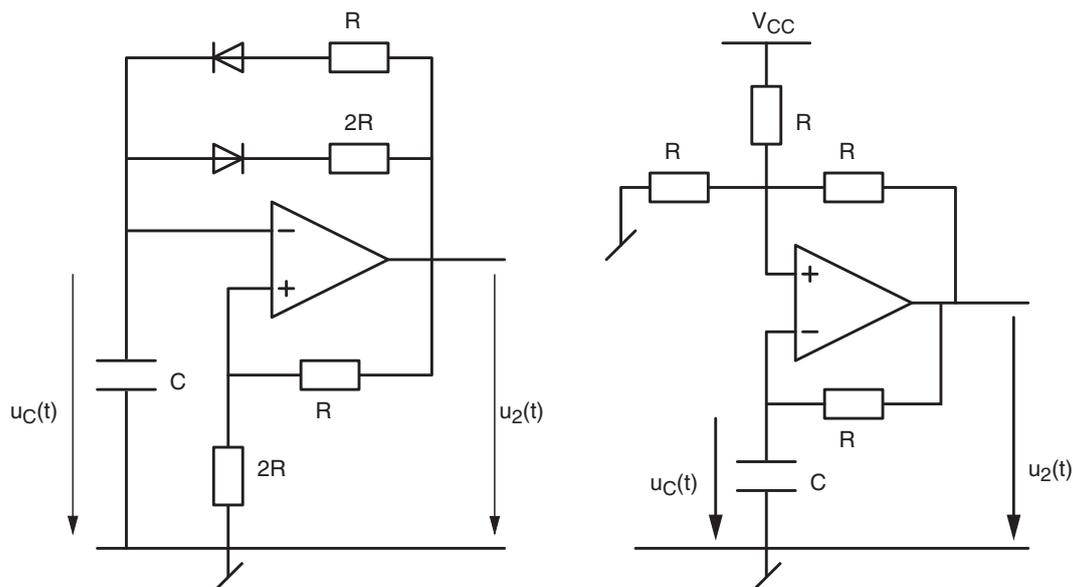


FIG. 6.22: Exercice Comp 7

Comp 8 Considérant le générateur de signaux (figure 6.12) avec

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega, \quad R_2 = 20 \text{ k}\Omega, \quad R = 10 \text{ k}\Omega, \quad C = 100 \text{ nF}, \quad V_{sat} = \pm 12 \text{ V}$$

calculez les valeurs de crête et la période des tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

Comp 9 Considérant une bascule unipolaire (figure 6.23) avec $V_{CC} = 12 \text{ V}$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 30 \text{ k}\Omega$, $R = 10 \text{ k}\Omega$, $C = 10 \text{ nF}$, calculez ses tensions de seuil, son rapport cyclique et sa période d'oscillation. Dessinez les tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$.

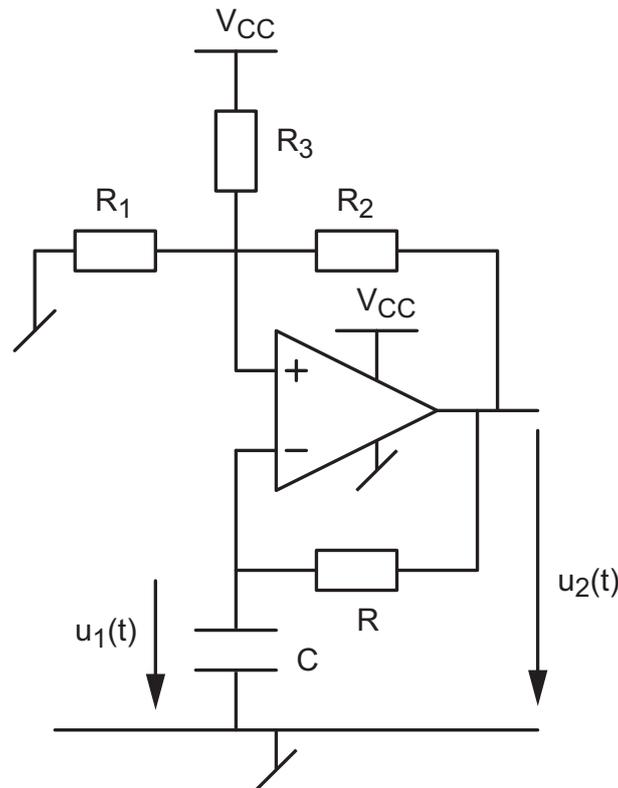


FIG. 6.23: Exercice Comp 9

Comp 10 On veut réaliser un générateur d'impulsions rectangulaires positives d'amplitude 5 V, de période 1 ms et de largeur 0.2 ms. Proposez un schéma (sans diode) et calculez les valeurs des composants.

Comp 11 Réalisez un générateur fournissant un signal triangulaire d'amplitude $\pm 5 \text{ V}$ et de fréquence variable entre 100 Hz et 1 kHz.

Comp 12 Réalisez un VCO fournissant des signaux triangulaire et carré d'amplitudes $\pm 6 \text{ V}$ et $\pm 12 \text{ V}$ à la fréquence 1 kHz lorsque $U_{in} = 5 \text{ V}$. Jusqu'à quelle valeur de U_{in} le VCO fonctionnera-t-il comme prévu ?

Comp 13 On considère une bascule unipolaire similaire à celle de l'exercice Comp 9 dans laquelle

$$R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega, RC = 1 \mu\text{s}, V_{CC} = 5 \text{ V}$$

Sachant que l'AO est remplacé par un comparateur à collecteur ouvert relié à $V_{DC} = 24 \text{ V}$ à travers une résistance $R_L = 10 \text{ k}\Omega$:

1. Dessinez le schéma de la bascule avec le comparateur et son transistor de sortie.
2. Calculez les niveaux V_H et V_L de la tension de sortie.
3. Calculez les tensions de seuil $V_{T1,2}$.
4. Calculez le rapport cyclique de la bascule ainsi que sa période d'oscillation.

