

# 4 Applications linéaires des amplificateurs opérationnels

## 4.1 Préliminaire

L'amplificateur opérationnel (AO) est un composant de base extrêmement important. Il est utilisé dans de très nombreux circuits d'électronique analogique où il permet de réaliser de façon simple des fonctions linéaires et non-linéaires variées et performantes.

L'amplificateur opérationnel est réalisé à l'aide de quelques dizaines de transistors et des éléments passifs reliés ensemble dans une configuration assez complexe. Un schéma d'un AO de la première génération (1965) est présenté à la figure 4.1a. Sa structure est déjà proche de celle des AO modernes. De manière classique, le circuit d'entrée est constitué par une paire différentielle de transistors. Un deuxième étage d'amplification différentielle permet d'obtenir un gain total d'environ 7'000. L'adaptateur de niveau  $Q_6$  sert à ramener la tension de collecteur de  $Q_5$  (quelques volts) vers 0 volt qui est le point de fonctionnement de l'étage de sortie. Celui-ci est réalisé avec un circuit push-pull. Une photographie de sa réalisation intégrée est montrée dans la figure 4.1b.

La recherche de l'amélioration des performances et une plus grande maîtrise de la technologie du silicium et de l'intégration ont conduit à des circuits bien plus complexes. À titre illustratif, le schéma du LF411 (1989) commenté par Paul Horowitz, "The Art of Electronics", est présenté dans la figure 4.2.

Dans ce chapitre, on ne s'intéresse pas au contenu ou à la configuration interne de l'amplificateur opérationnel. Il y sera traité comme une boîte noire dont on connaît les caractéristiques entrée-sortie et que l'on utilise pour réaliser différentes fonctions électroniques.

Cette approche se justifie par le fait que l'utilisateur de l'amplificateur opérationnel n'a pas, en général, à se soucier de la conception interne de celui-ci, puisqu'il peut l'acquérir directement sous forme de circuit intégré, c'est-à-dire réalisé entièrement sur un monocristal de silicium de quelques millimètres de côté et encapsulé dans un boîtier.

Les performances des amplificateurs opérationnels modernes sont à ce point proches de l'amplificateur opérationnel idéal qu'on étudiera les différentes applications directement sur la base de ses caractéristiques idéales. Les imperfections qui distinguent l'amplificateur réel de l'amplificateur idéal seront analysées en fin de chapitre.

## 4.2 Description de l'amplificateur opérationnel

Du point de vue des signaux utiles, l'amplificateur opérationnel possède trois connexions externes : deux entrées et une sortie. Hormis ces connexions, l'amplificateur opérationnel possède aussi deux bornes pour les tensions d'alimentation nécessaires à la polarisation des transistors située à peu près au centre de leur domaine de fonctionnement linéaire.

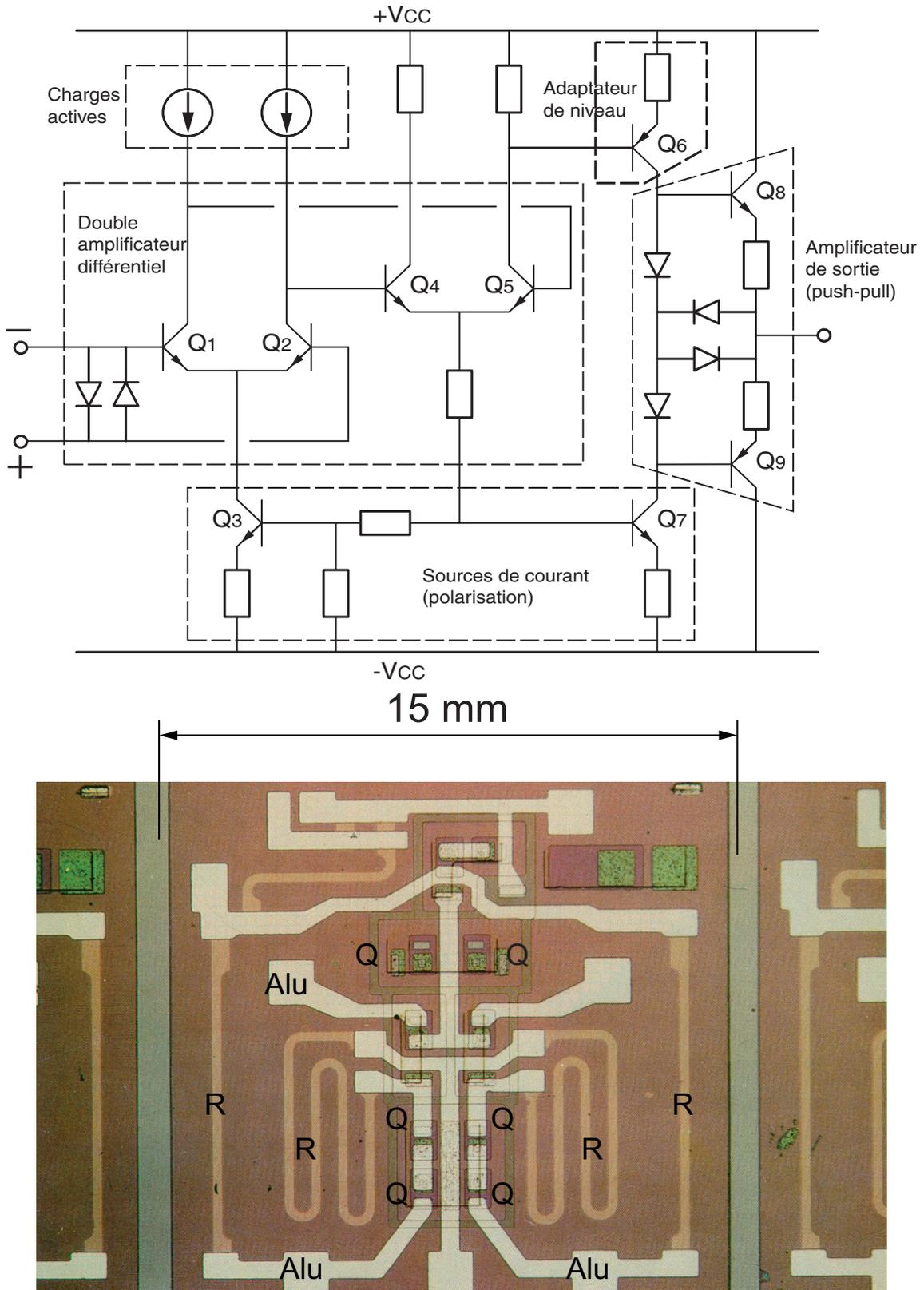


FIG. 4.1: Schéma et réalisation intégrée d'un amplificateur opérationnel élémentaire (1965)

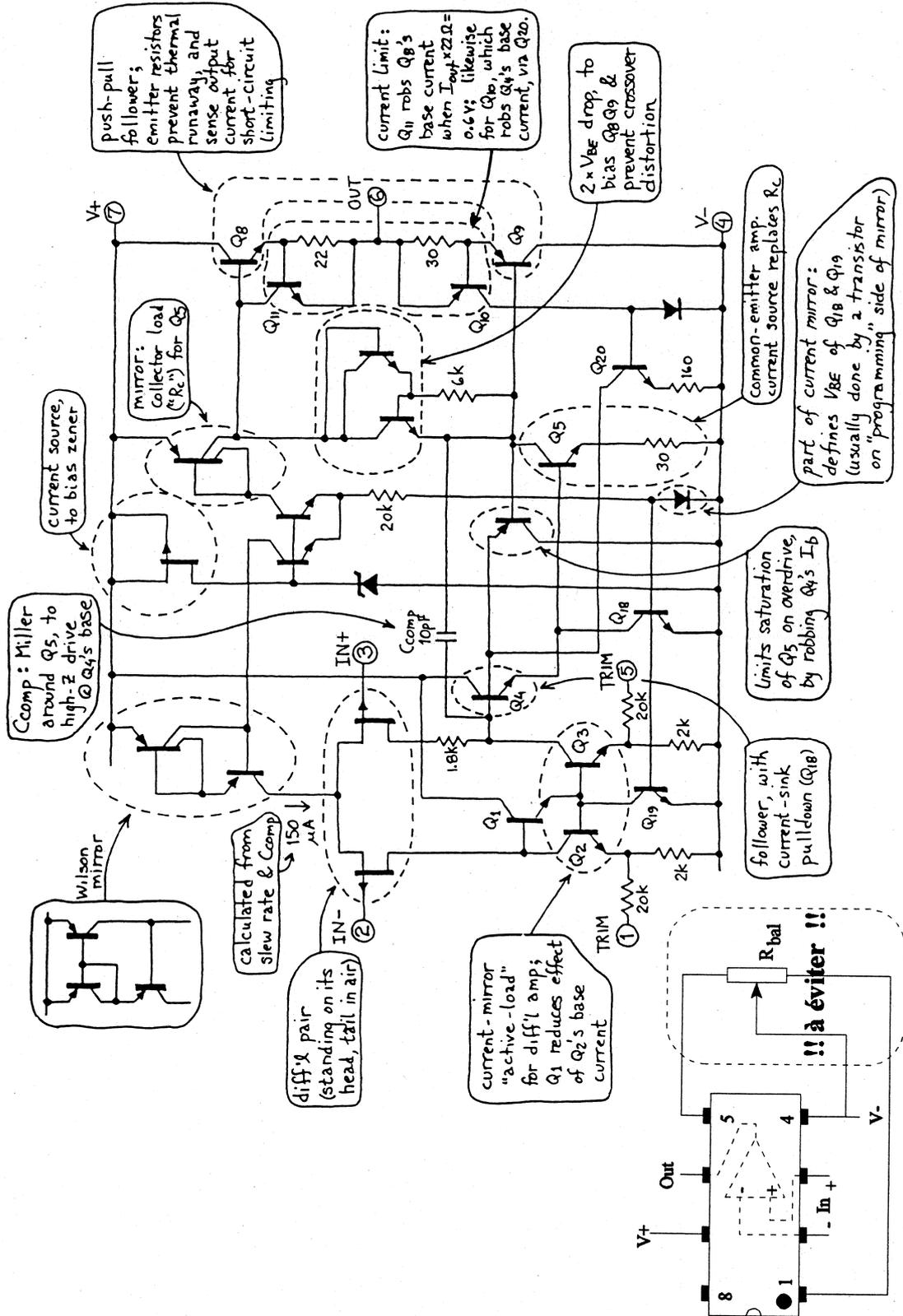


FIG. 4.2: Schéma de l'amplificateur opérationnel LF411 (1989) [Horowitz]

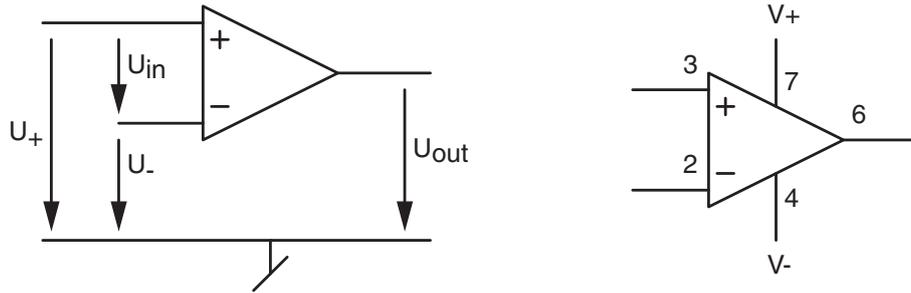


FIG. 4.3: Symbole, tensions et connexions d'un amplificateur opérationnel

Généralement, ces deux tensions d'alimentation,  $V_+$  et  $V_-$  sont symétriques par rapport à la masse. Pour la plupart des applications, on utilise les valeurs normalisées de  $\pm 12\text{ V}$  et  $\pm 15\text{ V}$ . C'est le point commun entre ces deux tensions d'alimentation qui fixe la masse, prise comme potentiel de référence.

L'amplificateur opérationnel amplifie la différence de potentiel entre ses deux entrées. Il amplifie aussi bien les signaux continus (DC) que alternatifs (AC). Le potentiel de sortie est limité par les tensions de saturation positive et négative qui sont, en valeur absolue, légèrement inférieures aux tensions d'alimentation.

Les deux courants d'entrées de l'amplificateur opérationnel sont très faibles, voire négligeables pour la plupart des applications. Leur ordre de grandeur est de quelques nA à quelques pA. La sortie de l'AO est protégée contre les courts-circuits et son courant ne dépasse pas quelques mA.

Il y a une limite aux fréquences des signaux alternatifs que l'amplificateur opérationnel est capable d'amplifier. Cette limite dépend notamment de sa configuration interne ainsi que des éléments externes qui lui sont associés. L'ordre de grandeur des fréquences maximums usuelles est de quelques centaines de kHz.

#### 4.2.1 Modèle d'un amplificateur opérationnel

Le modèle d'un AO est celui d'un amplificateur caractérisé par ses résistances d'entrée et de sortie ainsi que son gain en tension (figure 4.4). Idéalement, ses paramètres valent

$$R_{in} \rightarrow \infty \quad A_0 \rightarrow \infty \quad R_{out} \rightarrow 0$$

En réalité, un amplificateur opérationnel "à tout faire" tel que le LF 411 ou le LF 356 est caractérisé par

$$\begin{aligned} R_{in} &\simeq 10^{12} [\Omega] && \text{(entrée FET)} \\ R_{out} &\simeq 50 [\Omega] && \text{(sortie push-pull)} \\ A_0 &\simeq 100'000 [\text{V/V}] \end{aligned}$$

ainsi que par ses tensions d'alimentation et de saturation et le courant de sortie maximum

$$\begin{aligned} V_{CC} &= \pm 12 [\text{V}] \text{ ou } \pm 15 [\text{V}] \\ |U_{sat}| &\simeq |V_{CC}| - 1 [\text{V}] \\ |I_{out}|_{max} &\simeq 10 [\text{mA}] \end{aligned}$$

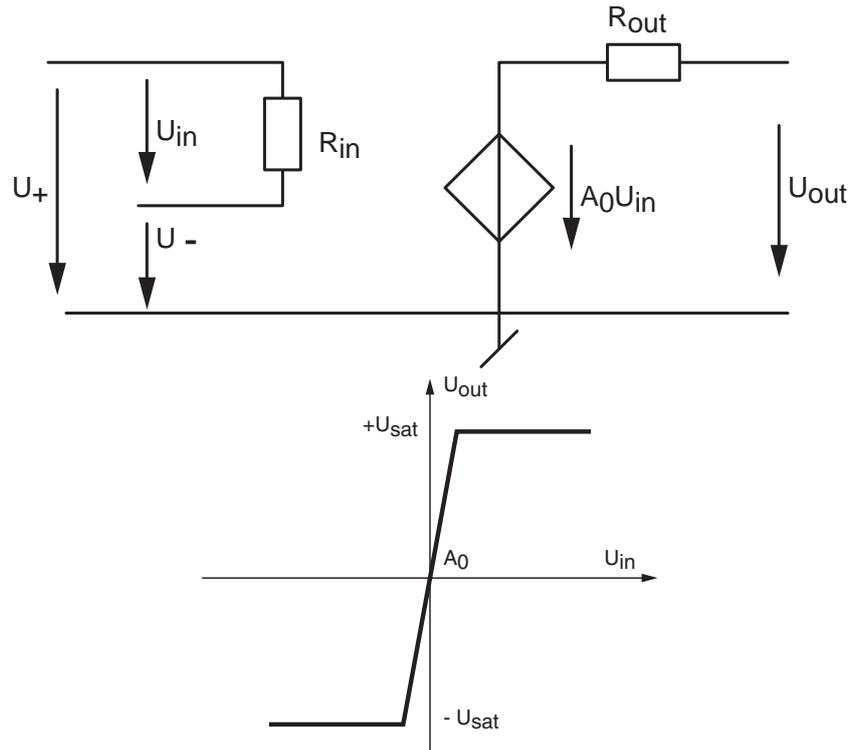


FIG. 4.4: Modèle linéaire d'un amplificateur opérationnel avec sa caractéristique réelle

La caractéristique de transfert d'un AO est représentée à la figure 4.4. On notera que la partie linéaire pour le signal d'entrée est restreinte au domaine

$$\pm \frac{U_{sat}}{A_0} \simeq \pm 0.1 \text{ mV}$$

et que l'amplificateur opérationnel est donc inutilisable sans éléments extérieurs.

**Remarque** Dans ce qui suit, on sera amené à calculer des amplificateurs réalisés avec des AO et quelques composants. Afin d'éviter toute confusion entre les grandeurs d'entrée et de sortie des amplificateurs et celles des AO, on utilisera les indices *e* et *s* pour les amplificateurs alors que les indices anglo-saxons *in* et *out* seront réservés aux AO.

#### 4.2.2 AO avec une réaction négative ou positive

L'amplificateur opérationnel doit être utilisé en combinaison avec des éléments extérieurs qui ramènent une partie du signal de sortie vers l'une des deux entrées. La réaction est dite négative ou positive, suivant que le signal retourné est appliqué sur l'entrée inverseuse ou sur l'entrée non inverseuse. La figure 4.5 montre les montages à réactions négative et positive avec leur caractéristique de transfert.

La réaction négative donne lieu à des montages stables pour autant que le circuit de réaction ne provoque pas un déphasage trop important du signal ramené à l'entrée. L'amplificateur opérationnel fonctionne alors dans sa zone linéaire tant que la tension de sortie n'atteint pas la saturation. La différence de potentiel entre les deux entrées est alors pratiquement nulle (une fraction de mV).

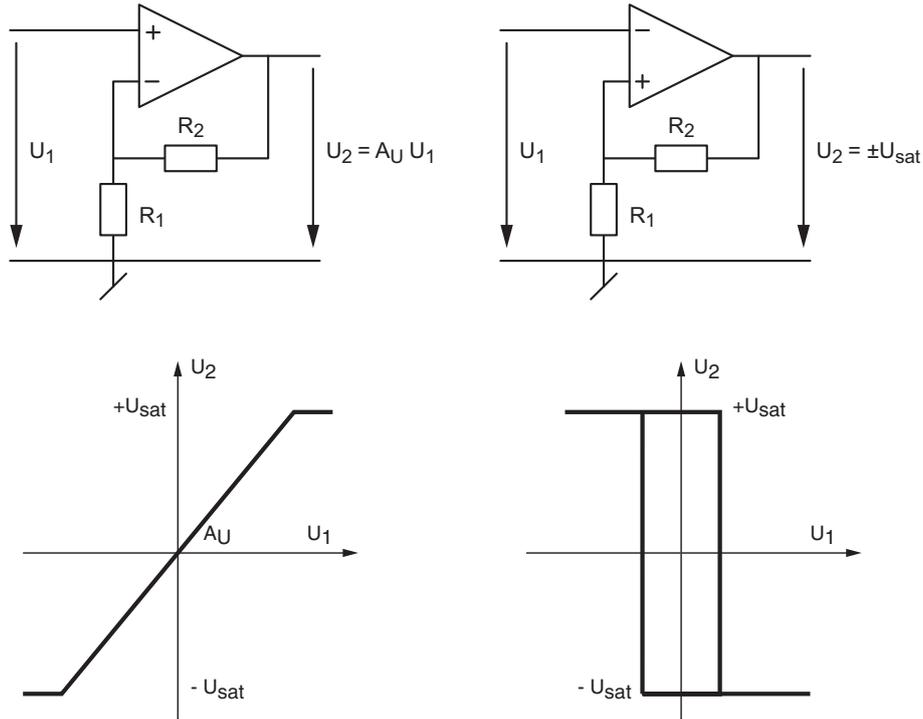


FIG. 4.5: Amplificateurs opérationnels réactionnés négativement et positivement avec leur caractéristique de transfert

Autrement dit, tout écart appliqué entre les deux entrées donne lieu à une réaction qui tend à diminuer cet écart, donc à stabiliser la tension de sortie. L'amplificateur opérationnel en réaction négative fournit ainsi une tension de sortie proportionnelle à  $U_1$ . Les circuits à réaction négative sont utilisés dans les fonctions d'amplification et de filtrage que nous étudierons dans ce chapitre.

Au contraire de la réaction négative, la réaction positive augmente la tension différentielle d'entrée. Ce qui, par effet cumulatif, conduit à un système instable non linéaire dont la sortie ne possède que deux états distincts : les tensions de saturation  $\pm U_{sat}$ . Ces circuits sont utilisés pour réaliser des comparateurs ou détecteurs de seuils.

### 4.2.3 Équations associées à l'AO idéal

L'amplificateur opérationnel peut être considéré comme idéal pour la grande majorité des applications. Pour ce qui suit on admettra donc que les AO sont représentés par les paramètres suivants

$$A_0 \rightarrow \infty \quad R_{in} \rightarrow \infty \quad R_{out} \rightarrow 0 \quad (4.1)$$

Comme le gain en tension est infiniment grand cela signifie que la tension différentielle d'entrée est nulle tant que l'AO ne sature pas. On a alors

$$U_+ = U_- \quad (4.2)$$

La résistance d'entrée étant infiniment grande, les courants consommés par les entrées inverseuse et non inverseuse sont nuls. On a donc

$$\sum_k I_{k,-} = 0, \quad \sum_k I_{k,+} = 0 \quad (4.3)$$

Comme on le verra dans les montages étudiés plus loin, ces deux propriétés simplifient grandement le calcul des circuits.

À ces équations, on peut ajouter le calcul du potentiel en un point d'un circuit. Grâce au théorème de superposition et à la règle du diviseur de tension, on montre aisément que la tension au point intermédiaire  $A$  de la figure 4.6 vaut

$$U_A = U_1 \frac{R_{23}}{R_1 + R_{23}} + U_2 \frac{R_{13}}{R_2 + R_{13}} + U_s \frac{R_{12}}{R_3 + R_{12}} \quad \text{avec} \quad R_{nm} = \frac{R_n R_m}{R_n + R_m} \quad (4.4)$$

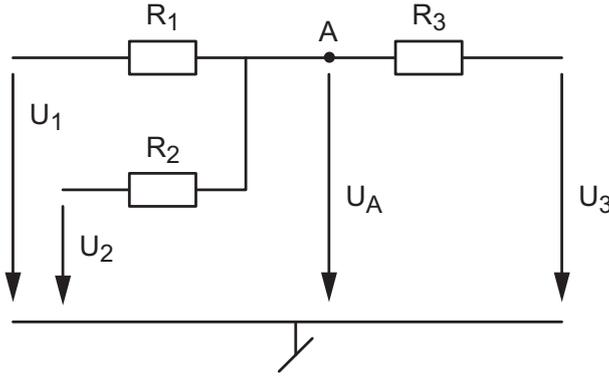


FIG. 4.6: Tension intermédiaire  $U_A$  d'un circuit linéaire

Ce même résultat peut être obtenu plus simplement avec le corollaire de la loi des noeuds (également appelé théorème de Millman) qui montre que

$$U_A = \frac{U_1/R_1 + U_2/R_2 + U_3/R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} \quad (4.5)$$

Dans les circuits qui suivent, on verra que généralement la valeur de  $U_A$  est connue alors que  $U_3$  est inconnue. Ainsi, de l'équation (4.5), on déduit immédiatement la tension  $U_3$

$$U_3 = R_3 \left( U_A \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - \left( \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} \right) \right) \quad (4.6)$$

On notera que l'on ne doit pas oublier des résistances directement reliées à la masse. Si, par exemple c'était le cas de la résistance  $R_2$ , on obtiendrait

$$U_A = \frac{U_1/R_1 + U_3/R_3}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3}$$

### 4.3 Circuits de base

#### 4.3.1 Amplificateur inverseur

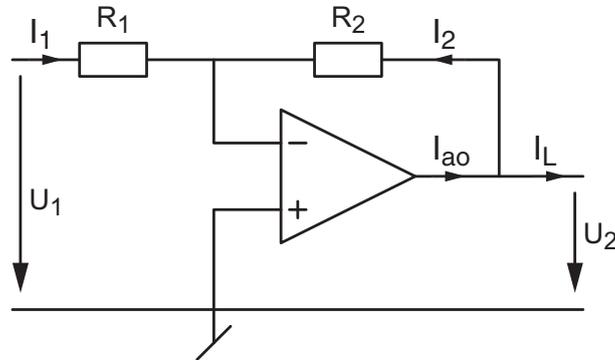


FIG. 4.7: Amplificateur inverseur

#### Équations

Utilisant les équations (4.2) et (4.3), on a

$$U_- = U_+ = 0$$

$$I_1 + I_2 = \frac{U_1 - U_-}{R_1} + \frac{U_2 - U_-}{R_2} = 0$$

La tension de sortie vaut donc

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} U_1 \quad (4.7)$$

On notera que ce résultat est indépendant du courant  $I_L$  soutiré par la charge et que l'AO fournit les courants  $I_2$  et  $I_L$  :  $I_{ao} = I_2 + I_L$ .

#### Paramètres de l'amplificateur

De ces équations, on tire le gain en tension

$$A_U \equiv \frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (4.8)$$

et la résistance d'entrée

$$R_e \equiv \frac{U_1}{I_1} = R_1 \quad (4.9)$$

La résistance de sortie  $R_s$  est nulle car la tension de sortie est indépendante du courant soutiré par la charge

$$R_s = 0 \quad (4.10)$$

Comme cette propriété est due à la réaction négative mise en place autour de l'AO, elle sera vérifiée dans tous les montages linéaires à venir de ce chapitre sans qu'on le mentionne encore.

## 4.3.2 Amplificateur sommateur

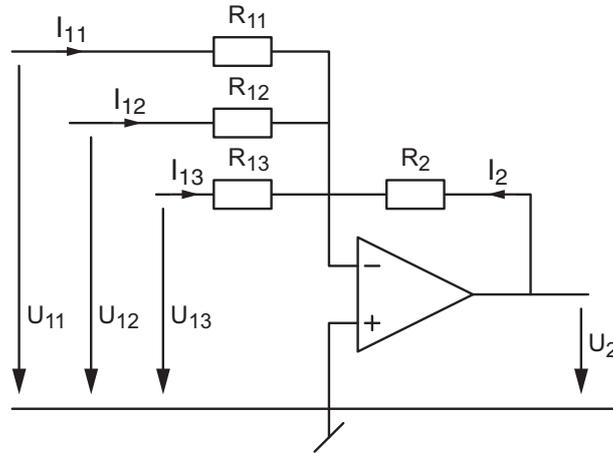


FIG. 4.8: Amplificateur sommateur inverseur

## Équations

Utilisant les équations (4.2) et (4.3), on a

$$U_- = U_+ = 0$$

$$I_{11} + I_{12} + I_{13} + I_2 = \frac{U_{11} - U_-}{R_{11}} + \frac{U_{12} - U_-}{R_{12}} + \frac{U_{13} - U_-}{R_{13}} + \frac{U_2 - U_-}{R_2} = 0$$

La tension de sortie vaut donc

$$U_2 = - \left( \frac{R_2}{R_{11}} U_{11} + \frac{R_2}{R_{12}} U_{12} + \frac{R_2}{R_{13}} U_{13} \right) \quad (4.11)$$

On remarque alors que  $U_2$  est une somme pondérée des trois tensions d'entrée. En choisissant des résistances  $R_{1k}$  de même valeur  $R_1$ , on obtient un sommateur inverseur

$$U_2 = - \frac{R_2}{R_1} (U_{11} + U_{12} + U_{13}) \quad (4.12)$$

## Paramètres de l'amplificateur

De ces équations, on tire le gain en tension de chaque entrée

$$A_{U,k} \equiv \frac{U_2}{U_{1k}} = - \frac{R_2}{R_{1k}} \quad (4.13)$$

et leur résistance d'entrée respective

$$R_{e,k} \equiv \frac{U_{1k}}{I_{1k}} = R_{1k} \quad (4.14)$$

### 4.3.3 Amplificateurs non-inverseur et suiveur

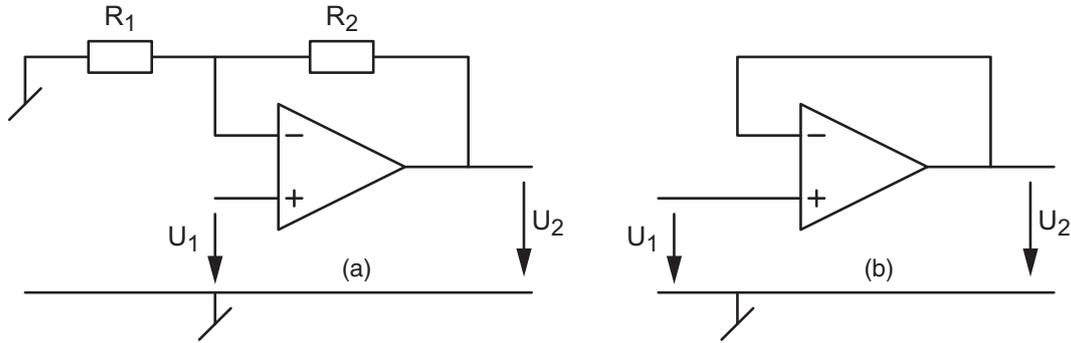


FIG. 4.9: Amplificateurs non inverseur (a) et suiveur (b)

#### Équations

Utilisant l'équation (4.2) et la règle du diviseur de tension, on a

$$U_- = U_+ = U_1$$

$$U_- = U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

La tension de sortie vaut donc

$$U_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) U_1 \quad (4.15)$$

#### Paramètres de l'amplificateur

De ces équations, on tire le gain en tension

$$A_U \equiv \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \geq 1 \quad (4.16)$$

et la résistance d'entrée

$$R_e \equiv \frac{U_1}{I_1} \rightarrow \infty \quad (4.17)$$

On notera que le gain de ce circuit est toujours supérieur ou égal à 1. L'intérêt de ce circuit est d'avoir le même signe en sortie qu'en entrée et de ne soutirer aucun courant sur la tension d'entrée  $U_1$ .

De plus, si on introduit une réaction totale en enlevant  $R_1$  et en remplaçant  $R_2$  par un fil, on obtient un amplificateur suiveur (figure 4.9b) qui fournit une tension  $U_2 = U_1$  sans soutirer de courant sur le générateur d'entrée  $U_1$ .

## 4.3.4 Amplificateur général

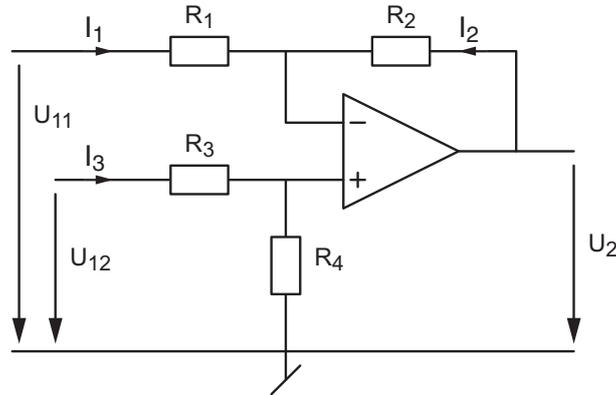


FIG. 4.10: Amplificateur général

## Équations

Utilisant les équations (4.2) et (4.3), on a

$$U_- = U_+ = U_{12} \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$I_1 + I_2 = \frac{U_{11} - U_-}{R_1} + \frac{U_2 - U_-}{R_2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{U_{11}}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} - U_{12} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0$$

On en tire la tension de sortie qui vaut

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} U_{11} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{12} \quad (4.18)$$

On voit ainsi que cet amplificateur combine les effets des amplificateurs inverseur et non inverseur.

## Paramètres de l'amplificateur

De ces équations, on déduit le gain en tension de chaque entrée

$$A_{U1} \equiv \frac{U_2}{U_{11}} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (4.19)$$

$$A_{U2} \equiv \frac{U_2}{U_{12}} = +\frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (4.20)$$

et les résistances d'entrée respectives

$$R_{e,1} \equiv \left. \frac{U_{11}}{I_1} \right|_{U_{12}=0} = R_1 \quad R_{e,2} \equiv \frac{U_{12}}{I_3} = R_3 + R_4 \quad (4.21)$$

### 4.3.5 Amplificateur différentiel : cas idéal

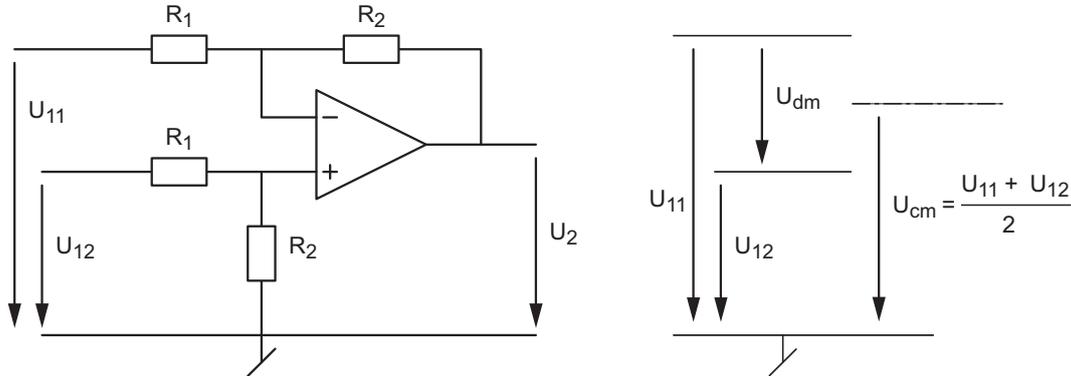


FIG. 4.11: Amplificateur différentiel et ses tensions en modes différentiel et commun

### Équations

L'amplificateur différentiel n'est qu'un cas particulier (important) de l'amplificateur général dans lequel on choisit

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1}$$

ou, plus simplement,

$$R_3 = R_1 \quad R_4 = R_2 \quad (4.22)$$

Alors, la tension de sortie ne dépend que de la tension différentielle d'entrée et elle vaut

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} U_{11} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{R_1 + R_2}{R_1} U_{12}$$

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} (U_{11} - U_{12}) \quad (4.23)$$

### Paramètres de l'amplificateur

De ce résultat, on déduit que les gains en mode différentiel et en mode commun valent respectivement

$$A_{dm} \equiv \frac{U_2}{U_{dm}} = \frac{U_2}{U_{11} - U_{12}} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (4.24)$$

$$A_{cm} \equiv \frac{U_2}{U_{cm}} = \frac{U_2}{(U_{11} + U_{12})/2} = 0 \quad (4.25)$$

Observant le schéma, on voit que les résistances d'entrée valent

$$R_{e,1} \equiv \left. \frac{U_{11}}{I_1} \right|_{U_{12}=0} = R_1 \quad R_{e,2} \equiv \frac{U_{12}}{I_3} = R_1 + R_2 \quad (4.26)$$

### 4.3.6 Amplificateur différentiel : cas réel

On a vu que dans le cas idéal où  $R_3 = R_1$  et  $R_4 = R_2$ , la tension de sortie ne dépend que de la différence des tensions  $U_{dm}$  et que le mode commun  $U_{cm}$  n'a aucun effet sur la sortie. En réalité, les résistances choisies ne peuvent jamais être exactement égales entre elles ; on aura donc  $R_3 \simeq R_1$  et  $R_4 \simeq R_2$ . Et, comme on l'a vu dans le cas de l'amplificateur général, la tension de sortie vaudra

$$U_2 = A_{U1} U_{11} + A_{U2} U_{12} \quad (4.27)$$

avec

$$A_{U1} \equiv \frac{U_2}{U_{11}} = -\frac{R_2}{R_1}, \quad A_{U2} \equiv \frac{U_2}{U_{12}} = +\frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (4.28)$$

#### Mode différentiel et mode commun

Sachant que les gains sont reliés entre eux par les relations suivantes (voir exercices)

$$A_{dm} = \frac{A_{U1} - A_{U2}}{2}, \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2} \quad (4.29)$$

il vient

$$A_{dm} = -\frac{1}{2} \left( \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) \quad (4.30)$$

$$A_{cm} = -\frac{R_2}{R_1} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (4.31)$$

#### Effet de l'imprécision des résistances

Considérant l'imprécision relative  $\epsilon$  des résistances, on montre aisément que le gain différentiel vaut

$$A_{dm} = -\frac{R_2}{R_1} (1 \pm 2\epsilon) \quad (4.32)$$

Pour le gain en mode commun, le calcul est moins aisé. Mais, intuitivement, on comprend bien que  $A_{cm}$  est d'autant plus faible que la précision des résistances est grande. On peut montrer que, dans le cas le moins favorable, le gain en mode commun ne dépasse pas  $4\epsilon$

$$|A_{cm}| < 4\epsilon \quad (4.33)$$

On constate donc que la tension de sortie sera imprécise non seulement à cause de l'incertitude sur le gain différentiel mais également à cause de la tension en mode commun

$$U_2 = -\frac{R_2}{R_1} (1 \pm 2\epsilon) U_{dm} \pm 4\epsilon |U_{cm}| \quad (4.34)$$

#### Taux de réjection du mode commun (TRMC)

On mesure la capacité d'un amplificateur différentiel de rejeter l'effet du mode commun par rapport à l'amplification du mode différentiel en définissant son TRMC

$$\rho \equiv \left| \frac{A_{dm}}{A_{cm}} \right| \quad (4.35)$$

#### 4 Applications linéaires des amplificateurs opérationnels

Un amplificateur différentiel parfait a donc un TRMC infiniment grand. Il est important de réaliser qu'en continu les AO seuls ont un très bon TRMC (plus de 80dB). Cependant, la réalisation d'un amplificateur différentiel avec des résistances réelles conduit à un TRMC beaucoup plus faible limité par l'imprécision de celles-ci :

$$\rho > \frac{|A_{dm}|}{4\epsilon} \quad (4.36)$$

**Exemple** Sachant que l'on applique les tensions  $U_{11} = 5\text{ V}$  et  $U_{12} = 4.8\text{ V}$  à un amplificateur différentiel réalisé avec des résistances  $R_1 = 10\text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 50\text{ k}\Omega$  précises à 1%, dessinez le schéma en indiquant les valeurs des tensions et des résistances. Puis, calculez la tension de sortie, son incertitude et le TRMC de l'amplificateur différentiel.

**Solution**

## 4.4 Circuits dépendants de la fréquence

### 4.4.1 Circuit de base

Des filtres actifs simples peuvent être réalisés en utilisant la structure d'un amplificateur inverseur (figure 4.12). Dans ce cas, les impédances  $Z_1(j\omega)$  et  $Z_2(j\omega)$  sont formées à l'aide de résistances et capacités et la réponse fréquentielle se calcule aisément à partir de

$$H(j\omega) \equiv \frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = -\frac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)} \quad (4.37)$$

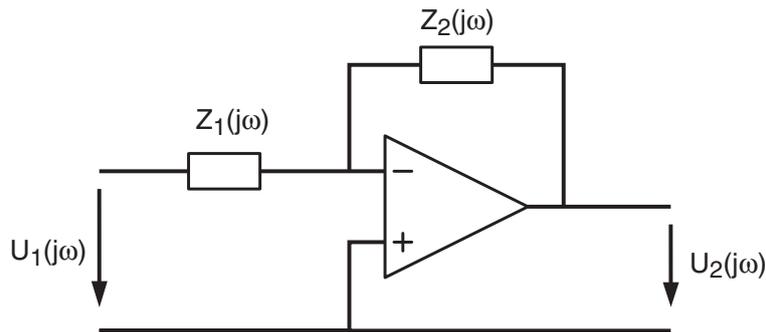


FIG. 4.12: Filtre actif inverseur

### 4.4.2 Intégrateur

**Domaine temporel** Les équations temporelles décrivant le circuit intégrateur (figure 4.13) sont

$$u_1(t) = Ri(t)$$

$$u_2(t) = -u_C(t) = -\left(\frac{1}{C} \int_0^t i(t)dt + u_C(0)\right)$$

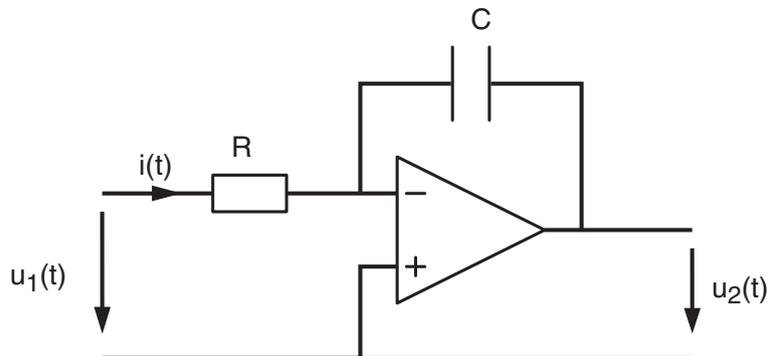


FIG. 4.13: Circuit intégrateur

De la première équation, on tire le courant

$$i(t) = \frac{u_1(t)}{R}$$

## 4 Applications linéaires des amplificateurs opérationnels

qui, porté dans la deuxième équation, donne

$$u_2(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^t u_1(t)dt + u_2(0) \quad (4.38)$$

Ce résultat montre à l'évidence que ce circuit fournit l'intégrale de la tension d'entrée amplifiée par le gain de l'intégrateur

$$A_{int} = -\frac{1}{RC} \quad (4.39)$$

**Domaine fréquentiel** Les équations fréquentielles décrivant ce circuit sont

$$U_1(j\omega) = RI(j\omega)$$

$$U_2(j\omega) = -\frac{1}{j\omega C} I(j\omega)$$

De la première équation, on tire le courant

$$I(j\omega) = \frac{U_1(j\omega)}{R}$$

qui, porté dans la deuxième équation, donne

$$U_2(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC} U_1(j\omega) \quad (4.40)$$

De cette équation, on déduit que la réponse fréquentielle d'un circuit intégrateur s'écrit

$$H(j\omega) = -\frac{1}{j\omega RC} \quad (4.41)$$

On notera que l'application directe de l'équation (4.37), donne immédiatement le résultat attendu :

$$H(j\omega) = -\frac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)} = -\frac{1/j\omega C}{R} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

**Remarque** Si l'on compare les formes temporelle (équ. 4.38) et fréquentielle (équ. 4.40) de la tension de sortie, on voit apparaître une équivalence temps-fréquence décrite par

$$\int \dots dt \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega} \quad (4.42)$$

### 4.4.3 Dérivateur

**Domaine temporel** Les équations temporelles décrivant le circuit dérivateur (figure 4.14) sont

$$u_1(t) = +u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t)dt + u_C(0)$$

$$u_2(t) = -Ri(t)$$

La dérivée de la première équation fournit le courant

$$i(t) = C \frac{du_1(t)}{dt}$$

qui, porté dans la deuxième équation, donne

$$u_2(t) = -RC \frac{du_1(t)}{dt} \quad (4.43)$$

Ce résultat montre à l'évidence que ce circuit fournit la dérivée de la tension d'entrée amplifiée par le gain du dérivateur

$$A_{der} = -RC \quad (4.44)$$

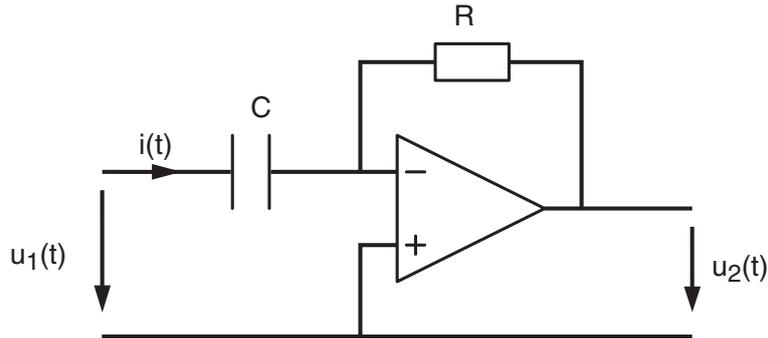


FIG. 4.14: Circuit dérivateur

**Domaine fréquentiel** Les équations fréquentielles décrivant ce circuit sont

$$U_1(j\omega) = +\frac{1}{j\omega C} I(j\omega)$$

$$U_2(j\omega) = -R I(j\omega)$$

De la première équation, on tire le courant

$$I(j\omega) = j\omega C U_1(j\omega)$$

qui, porté dans la deuxième équation, donne

$$U_2(j\omega) = -j\omega RC U_1(j\omega) \quad (4.45)$$

De cette équation, on en déduit que la réponse fréquentielle d'un circuit dérivateur s'écrit

$$H(j\omega) = -j\omega RC \quad (4.46)$$

On notera que l'application directe de l'équation (4.37), donne immédiatement le résultat attendu :

$$H(j\omega) = -\frac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)} = -\frac{R}{1/j\omega C} = -j\omega RC$$

**Remarque** Si l'on compare les formes temporelle (éq. 4.43) et fréquentielle (éq. 4.45) de la tension de sortie, on voit apparaître une équivalence temps-fréquence décrite par

$$\frac{d\cdots}{dt} \Leftrightarrow j\omega$$

qui est l'inverse de l'opérateur d'intégration.

**4.4.4 Filtre passe-bas**

**4.4.5 Filtre passe-haut**

**4.4.6 Filtre passe-bande**

#### 4.4.7 Filtres correcteurs d'amplitudes

La figure 4.16 donne le schéma de quelques impédances de base à partir desquelles il est aisé de réaliser des filtres correcteurs de formes diverses. On y a ajouté les tendances asymptotiques du module des impédances.

On montre sans difficulté que ces impédances sont décrites par les formes canoniques suivantes :

$$Z_A(j\omega) = R \frac{1 + j\omega RC}{j\omega RC} \quad (4.47)$$

$$Z_B(j\omega) = R \frac{1}{1 + j\omega RC} \quad (4.48)$$

$$Z_C(j\omega) = (R_1 + R_2) \frac{1 + j\omega R_{12}C}{1 + j\omega R_2 C} \quad (4.49)$$

$$Z_D(j\omega) = R_1 \frac{1 + j\omega (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_2 C_1) + (j\omega)^2 R_1 R_2 C_1 C_2}{j\omega R_1 C_1 (1 + j\omega R_2 C_2)} \quad (4.50)$$

$$Z_E(j\omega) = (R_1 + R_2) \frac{1 + j\omega R_{12} (C_1 + C_2)}{(1 + j\omega R_1 C_1) (1 + j\omega R_2 C_2)} \quad (4.51)$$

avec

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.52)$$

**Exemple** Recherchez le schéma et les composants permettant de réaliser la réponse fréquentielle représentée dans la figure 4.15.

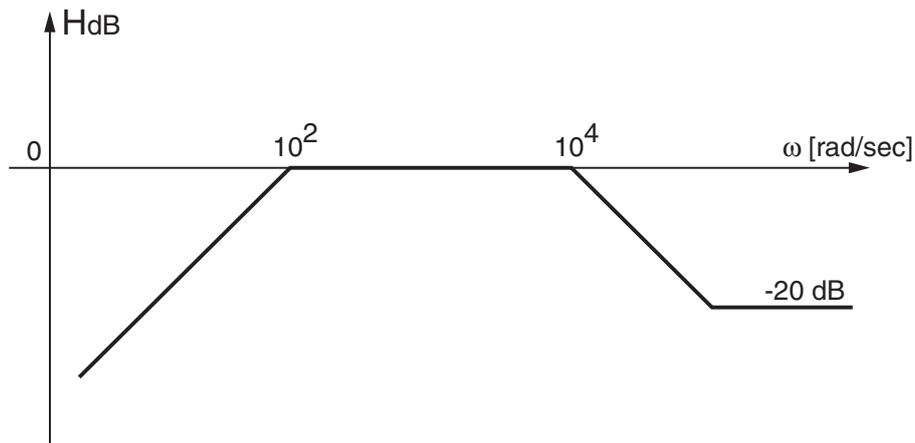


FIG. 4.15: Réponse fréquentielle d'un filtre

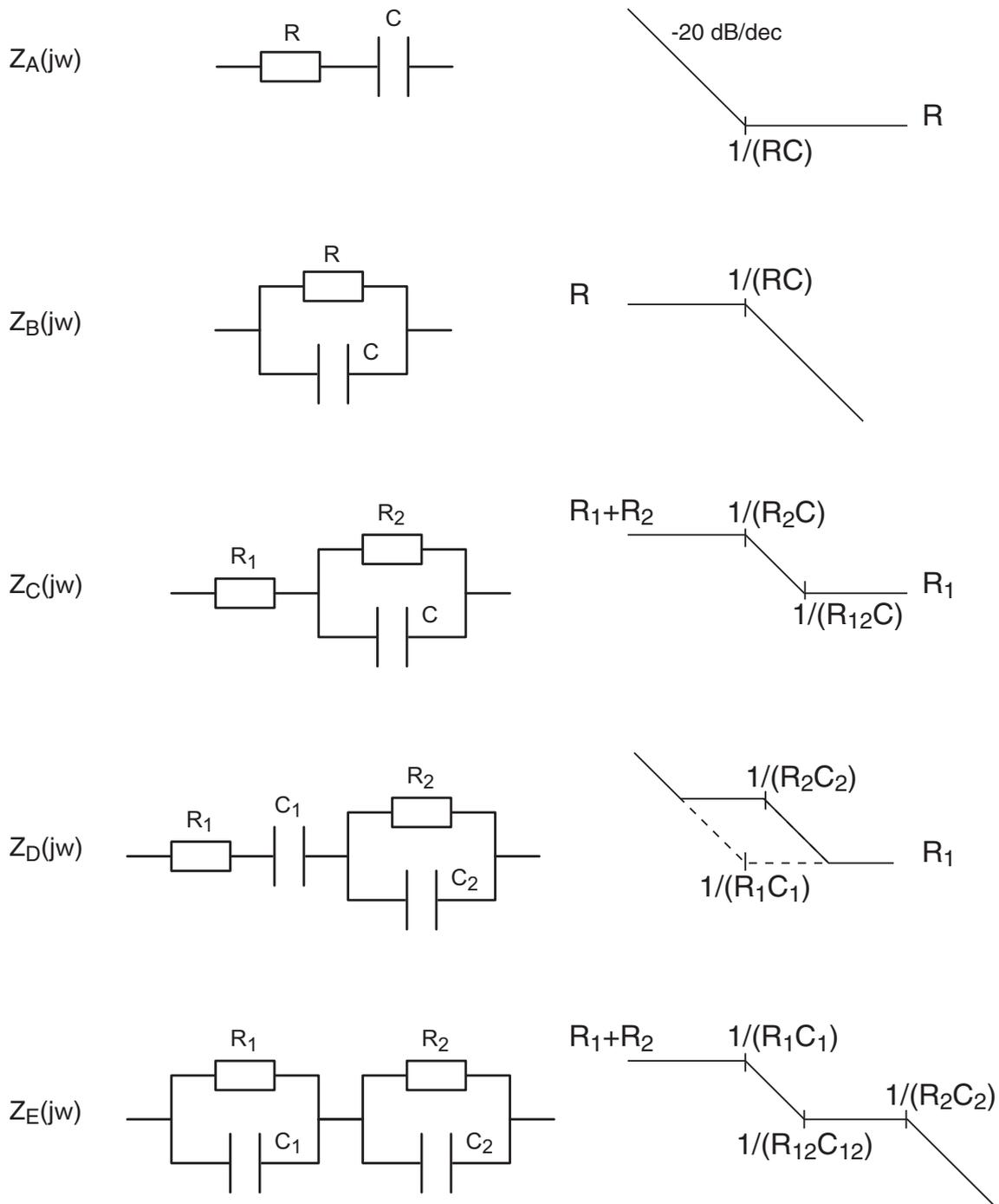


FIG. 4.16: Quelques impédances de base avec leur comportement asymptotique et les pulsations caractéristiques ( $R_{12} = R_1 // R_2$ ,  $C_{12} = C_1 + C_2$ )

## 4.5 Imperfections des amplificateurs opérationnels

Le tableau 4.1 présente quelques imperfections tirées des fiches techniques des amplificateurs opérationnels LF356 valables pour une température ambiante de 25 °C. Cet AO est très proche du LF411, plus connu. À titre de comparaison, on donne également les caractéristiques du circuit OP77A qui est un AO de précision.

Symboles		LF356	OP77A	Unités	Descriptions
$A_0$	$\simeq$	200'000	12'000'000	V/V	gain différentiel moyen
$A_0$	$\geq$	25'000	5'000'000	V/V	gain différentiel minimum
$U_{os}$	$\leq$	10	0.025	mV	tension de décalage
$\Delta U_{os}/\Delta T$	$\simeq$	5	0.1	$\mu\text{V}/^\circ\text{C}$	variation de $U_{os}$
$I_B$	$\leq$	0.2	2	nA	courants de polarisation
$I_{os}$	$\simeq$	0.03	0.3	nA	décalage des courants
$CMRR$	$>$	80	120	dB	taux de réjection
$f_T$	$\simeq$	2.5	0.6	MHz	fréquence de transition
$SR$	$\simeq$	12	0.3	V/ $\mu\text{s}$	penne maximum de $U_{out}$

TAB. 4.1: Caractéristiques des AO LF356 et OP77A

Les deux dernières imperfections décrivent des comportements fréquentiels et temporels. Elles sont désignées sous le nom d'imperfections dynamiques alors que les précédentes sont dites statiques car elles traduisent le comportement DC de l'amplificateur opérationnel. Quelques imperfections peuvent être représentées autour du symbole de l'AO idéal (figure 4.17). On y trouve le gain dépendant de la fréquence  $A(jf)$  et les sources représentant la tension de décalage  $U_{os}$  et les courants de polarisation  $I_B$ .

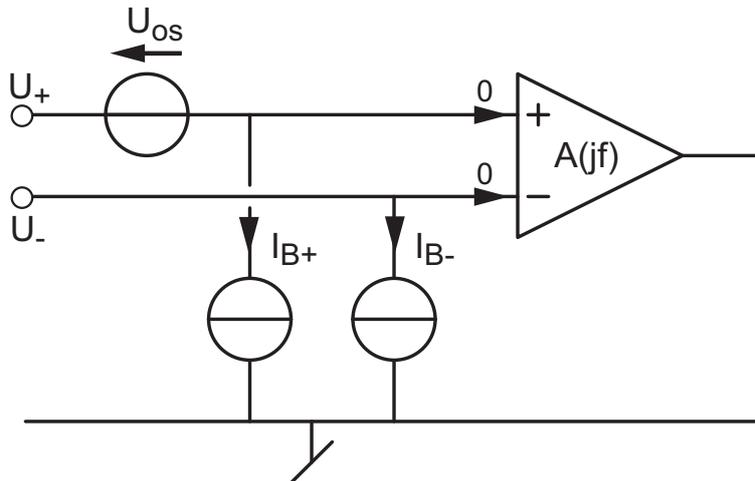


FIG. 4.17: Modèle de l'amplificateur opérationnel avec ses imperfections

Une fois ces imperfections connues, il faut analyser leurs effets sur le comportement des circuits à amplificateurs opérationnels. Dans ce qui suit, on se contentera de calculer les effets pour l'amplificateur non inverseur et de donner les résultats pour l'amplificateur inverseur. L'évaluation des effets des imperfections se fera pour chaque imperfection séparément sachant que l'effet total sera la somme des effets individuels.

### 4.5.1 Gain DC limité

Comme le gain  $A_0$  n'est pas infiniment grand, la tension différentielle de l'AO ne peut plus être négligée. Les équations décrivant l'amplificateur non inverseur (figure 4.57) sont alors les suivantes.

$$U_+ = U_1 \quad (4.53)$$

$$U_- = U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (4.54)$$

$$U_{in} = U_+ - U_- = \frac{U_2}{A_0} \quad (4.55)$$

Portant les deux premières dans la troisième, on obtient

$$\begin{aligned} \frac{U_2}{A_0} &= U_1 - U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \\ U_1 &= U_2 \left( \frac{1}{A_0} + \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) \\ U_1 &= U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2} \left( 1 + \frac{1}{A_0} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) \end{aligned}$$

Ce qui donne finalement

$$U_2 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} \frac{R_1 + R_2}{R_1}} U_1 \quad (4.56)$$

$$A_U \equiv \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} \frac{R_1 + R_2}{R_1}} \quad (4.57)$$

On voit ainsi que le gain de l'amplificateur non inverseur contient le gain idéal et une correction due au gain fini  $A_0$  de l'AO. Un résultat similaire est obtenu pour l'amplificateur inverseur

$$A_U \equiv \frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} \frac{R_1 + R_2}{R_1}} \quad (4.58)$$

### 4.5.2 Bande passante de l'amplificateur opérationnel

Jusqu'ici, on a considéré que le gain de l'AO était indépendant de la fréquence ; cela n'est bien entendu pas le cas en réalité. Le gain d'un amplificateur opérationnel est très élevé et constant en continu et très basse fréquence avant de décroître régulièrement à partir de sa fréquence de coupure  $f_{ao}$ . On modélise cette décroissance par un modèle d'ordre 1 que l'on décrit en fonction de la pulsation

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_{ao}} \quad (4.59)$$

ou de la fréquence

$$A(jf) = \frac{A_0}{1 + jf/f_{ao}} \quad (4.60)$$

Cette décroissance du gain est causée volontairement par une capacité de compensation interne à l'amplificateur opérationnel. Grâce à elle, on assure la stabilité des circuits contre-réactionnés. On empêche ainsi le montage d'entrer en oscillation spontanée.

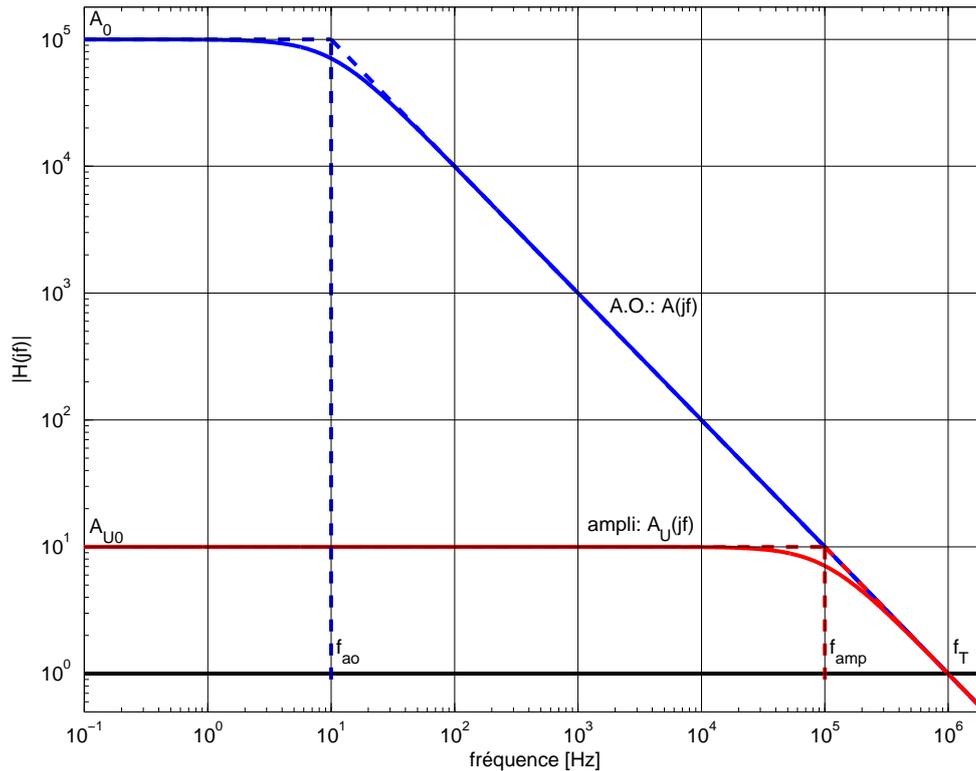


FIG. 4.18: Réponses fréquentielles d'un AO et d'un amplificateur non inverseur

Le diagramme de Bode de cette réponse fréquentielle est illustrée par la figure 4.18. On y voit le gain décroître à partir de  $A_0 = 100'000$  et  $f_{ao} = 10$  Hz pour atteindre le gain unité à la fréquence de transition  $f_T = 1$  MHz. Cette décroissance d'une décade de gain par décade de fréquence est l'équivalent d'une pente de  $-20\text{dB/décade}$ . On constate ainsi que, pour un amplificateur dont la réponse fréquentielle est d'ordre 1, le produit gain×fréquence est une constante et qu'en particulier, on a

$$A_0 \cdot f_{ao} = 1 \cdot f_T \quad (4.61)$$

C'est pourquoi dans les fiches techniques, on ne donne jamais la fréquence  $f_{ao}$  mais simplement  $A_0$  et  $f_T$ . La *fréquence de transition*  $f_T$  est également désignée sous l'acronyme GBW (Gain BandWidth product) puisqu'elle est égale au produit gain×fréquence constant pour un modèle d'ordre 1.

### 4.5.3 Réponses de l'amplificateur non-inverseur

#### Réponse fréquentielle

Comme le gain de l'AO n'est plus constant ni infini, on doit en tenir compte dans l'évaluation du gain de l'amplificateur non inverseur. Partant de l'équation (4.57) et remplaçant  $A_0$  par  $A(jf)$ , il vient

$$A_U(jf) \equiv \frac{U_2(jf)}{U_1(jf)} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A(jf)} \frac{R_1 + R_2}{R_1}} \quad (4.62)$$

Prenant en compte le gain  $A(jf)$  de l'AO

$$A(jf) = \frac{A_0}{1 + jf/f_{ao}}$$

le gain de l'amplificateur non inverseur s'écrit

$$A_U(jf) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1+jf/f_{ao}}{A_0} \frac{R_1+R_2}{R_1}} \quad (4.63)$$

Le développement du dénominateur conduit au résultat suivant

$$1 + \frac{1 + jf/f_{ao}}{A_0} \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{1}{A_0} \frac{R_1 + R_2}{R_1} + \frac{jf}{A_0 \cdot f_{ao}} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \simeq 1 + \frac{jf}{A_0 \cdot f_{ao}} \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Ayant négligé le terme  $\frac{1}{A_0} \frac{R_1+R_2}{R_1}$  par rapport à 1 (ce qui est tout à fait raisonnable étant donné la valeur élevée de  $A_0$ ), le dénominateur se ramène à une simple fonction d'ordre 1 en  $jf$  qui fait apparaître la fréquence  $f_{amp}$  caractéristique de l'amplificateur non inverseur

$$1 + \frac{jf}{A_0 \cdot f_{ao}} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \equiv 1 + \frac{jf}{f_{amp}}$$

avec

$$f_{amp} = A_0 \cdot f_{ao} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = f_T \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (4.64)$$

Cette fréquence caractéristique  $f_{amp}$  représente la *bande passante* de l'amplificateur non inverseur dont la réponse fréquentielle s'écrit

$$A_U(jf) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{jf}{f_{amp}}} \quad \text{avec} \quad f_{amp} = f_T \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (4.65)$$

Cette réponse fréquentielle de l'amplificateur non inverseur est représentée dans la figure 4.18. On en déduit que

**plus le gain d'un amplificateur est élevé, plus faible sera sa bande passante.**

De manière similaire, on montre que la réponse fréquentielle de l'amplificateur inverseur vaut

$$A_U(jf) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{jf}{f_{amp}}} \quad \text{avec} \quad f_{amp} = f_T \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (4.66)$$

### Réponse temporelle

Comme on vient de le voir, la réponse fréquentielle d'un amplificateur est celle d'un circuit d'ordre 1. Cela signifie que sa réponse temporelle ne peut pas être instantanée et qu'elle aura la même allure que celle d'un filtre passe-bas d'ordre 1.

Comme exemple, considérons un filtre non inverseur réalisé avec un LF356 et les résistances  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 90 \text{ k}\Omega$ . Sa réponse fréquentielle (figure 4.19a) sera donc de la forme

$$A_U(jf) = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{jf}{f_{amp}}} \quad \text{avec} \quad f_{amp} = f_T \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

avec

$$A_{U0} = \frac{10 + 90}{10} = 10 \quad f_{amp} = 2.5 \text{ MHz} \frac{10}{10 + 90} = 250 \text{ kHz}$$

De la fréquence caractéristique, on déduit le temps caractéristique de l'amplificateur non inverseur

$$\tau = \frac{1}{\omega_{amp}} = \frac{1}{2\pi f_{amp}} \simeq 0.64 \mu\text{s}$$

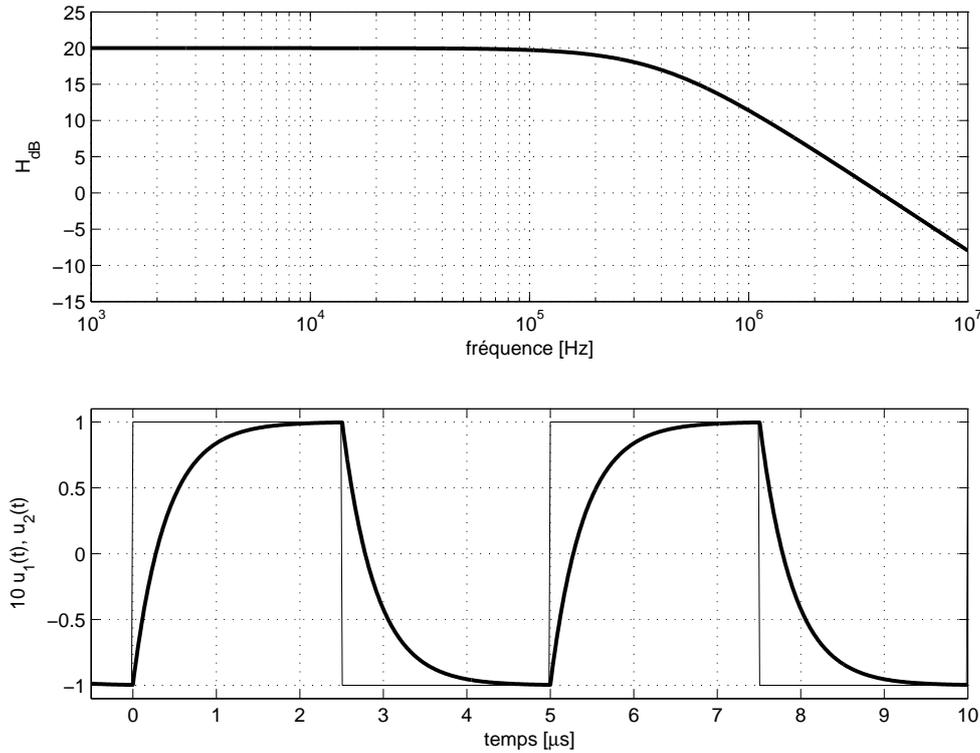


FIG. 4.19: Réponses fréquentielle et temporelle d'un amplificateur à faible amplitude de sortie

Dans le cas où l'on applique en entrée un signal carré d'amplitude  $E$ , on obtiendra en sortie un signal périodique décrit à partir de chaque transition par

$$u(t) = \left[ u_0 + (u_\infty - u_0) \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right) \right] \epsilon(t)$$

avec  $u_0 = \mp E$  et  $u_\infty = \pm E$  suivant l'instant considéré. Cette réponse indicelle (figure 4.19b) sera caractérisée par sa durée transitoire  $t_{tr}$ , sa valeur asymptotique  $u_2(\infty)$  et sa pente  $p$  à l'origine des transitions :

$$\begin{aligned} t_{tr} &= 5\tau = 3 \mu\text{s} \\ u_2(\infty) &= \pm E A_{U0} = \pm 1 \text{ V} \\ |p| &= \left| \frac{u_2(\infty) - u_2(0)}{\tau} \right| = \frac{2E}{\tau} = \frac{2 \text{ V}}{0.64 \mu\text{s}} \simeq 3 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}} \end{aligned}$$

Il est important de noter que cette analyse des réponses fréquentielle et temporelle n'est valable que pour des signaux de sortie d'amplitude relativement faible ( $\simeq 1 \text{ V}$ ). Pour des signaux de grande amplitude, il existe une autre limite à la rapidité de réponse qui est souvent plus contraignante que celle que nous venons d'étudier.

## 4.5.4 Taux de variation limité (slew-rate)

Pour des signaux à fortes amplitudes ( $\simeq 5\text{ V}$  et plus), il apparaît sur la réponse temporelle une limitation non linéaire due au temps nécessaire pour charger ou décharger la capacité de compensation interne à l'AO. La variation temporelle du signal de sortie est alors limitée par une pente maximum désignée par l'acronyme SR (Slew Rate). Sa valeur s'exprime en volts par microseconde. Une illustration des déformations consécutives au SR est donnée dans la figure 4.20. Ces déformations sont typiques de la réponse des systèmes non linéaires.

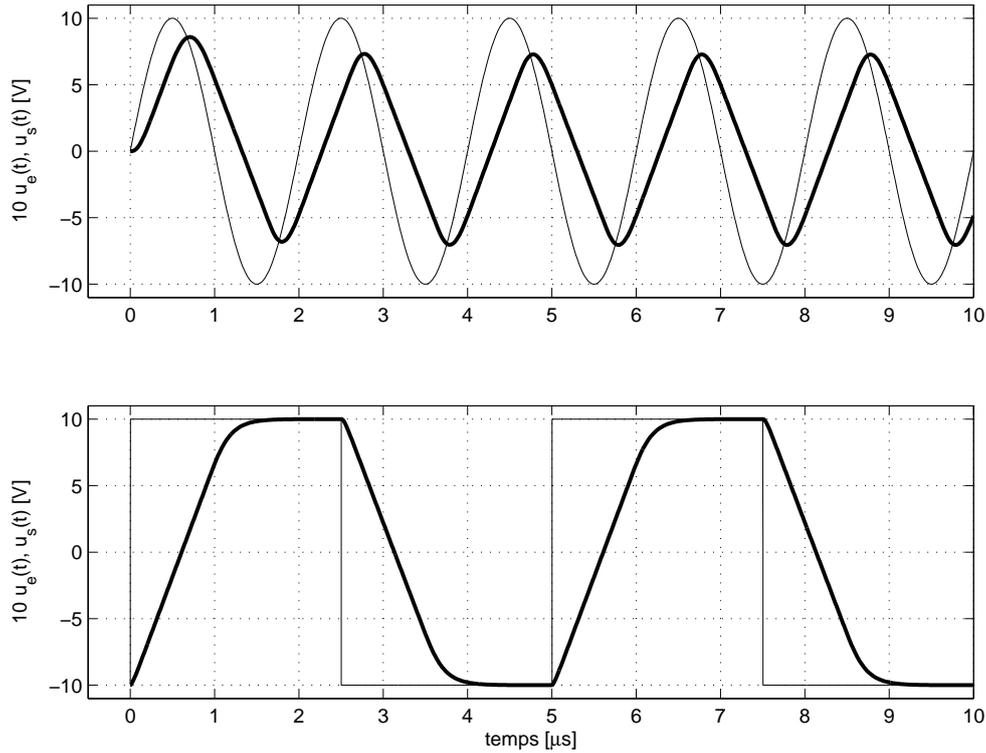


FIG. 4.20: Effet du taux de variation limité (forte amplitude en sortie)

Pour qu'un signal sinusoïdal  $u_2(t) = A \sin(2\pi f t)$  ne soit pas déformé par l'effet du SR, il suffit que sa pente soit inférieure au SR :

$$\max \left| \frac{du_2(t)}{dt} \right| = \max |2\pi f A \cos(2\pi f t)| = 2\pi f A < SR$$

Ce qui, pour une amplitude  $A$  donnée, conduit à la fréquence limite

$$f_{SR} = \frac{SR}{2\pi A} \quad (4.67)$$

Dans le cas de l'AO LF356, pour un signal d'amplitude  $A = 10\text{ V}$ , on obtient

$$f_{SR} = \frac{SR}{2\pi A} = \frac{12\text{ V}/\mu\text{s}}{2\pi \cdot 10\text{ V}} \simeq 195\text{ kHz}$$

Dans la figure 4.20a) où la fréquence du signal est de 330 kHz, on voit très nettement la déformation du signal sinusoïdal qui devient presque triangulaire.

Si on considère la réponse à un signal carré, la pente théorique à l'instant des transitions devrait valoir

$$|p| = \frac{u_2(\infty) - u_2(0)}{\tau} = \frac{2E}{\tau} = \frac{20 \text{ V}}{0.64 \mu\text{s}} = 31 \frac{\text{V}}{\mu\text{s}}$$

Comme cette valeur est supérieure au SR qui vaut  $12 \text{ V}/\mu\text{s}$ , le taux de variation de la sortie sera limité à cette valeur comme le montre bien la figure 4.20b.

#### 4.5.5 Tension de décalage

La tension de décalage  $U_{os}$  d'un AO est la tension continue qu'il faut appliquer entre les deux bornes d'entrée pour annuler la tension de sortie. Son effet n'est pas toujours négligeable car cette tension est amplifiée par le gain de l'amplificateur non inverseur. Le schéma de la figure 4.21 permet de calculer l'effet de la tension de décalage (les autres imperfections étant admises nulles).

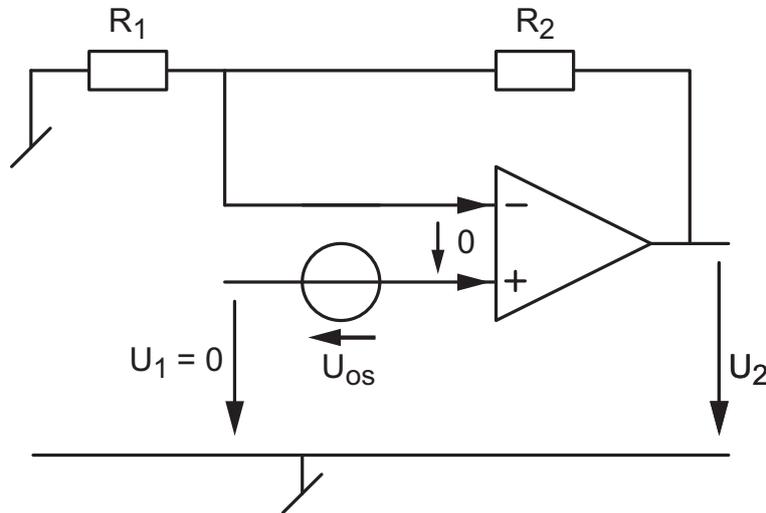


FIG. 4.21: Modélisation de la tension de décalage

Grâce au théorème de superposition, on peut ne considérer que la tension qui nous intéresse et annuler la tension d'entrée  $U_1$ . On a alors

$$U_- = U_+ = +U_{os}$$

avec

$$U_- = U_2 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

On en déduit que la tension de décalage observée en sortie vaut

$$U_{os, out} \equiv U_2 (U_{os}) = U_{os} \frac{R_1 + R_2}{R_1} \quad (4.68)$$

Comme le signe de  $U_{os}$  n'est pas connu, on notera que la tension de sortie peut être positive ou négative. De plus, il est important de relever que ce résultat est indépendant de la configuration considérée, inverseuse ou non. L'effet est donc le même pour l'amplificateur inverseur.

## 4.5.6 Courants de polarisation

Les deux transistors de la paire différentielle d'entrée de l'AO nécessitent des courants de polarisation très faibles mais non-nuls. Les deux courants  $I_{B+}$  et  $I_{B-}$  (entrant ou sortant de l'AO) ne sont pas nécessairement égaux et les fiches techniques donnent leur valeur moyenne  $I_B$  et leur différence absolue  $I_{os}$

$$I_B = \frac{I_{B+} + I_{B-}}{2} \quad I_{os} = |I_{B+} - I_{B-}| \quad (4.69)$$

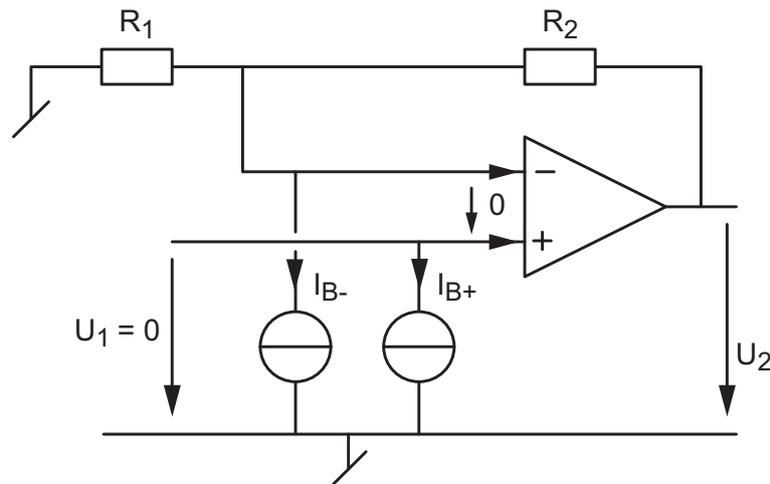


FIG. 4.22: Modélisation des courants de polarisation

Le schéma de la figure 4.22 permet de calculer leur effet. On considère ici des courants entrants et égaux

$$I_B = I_{B+} = I_{B-}$$

Comme la tension d'entrée  $U_1$  est admise nulle et que  $U_+ = U_- = 0$ , on voit immédiatement que la tension de sortie est causée par la circulation du courant  $I_{B+}$  dans la résistance  $R_2$ . On a donc

$$U_2(I_B) = R_2 I_B \quad (4.70)$$

Si on refait le calcul après avoir placé en série avec l'entrée non inverseuse une résistance  $R_B$ , on peut montrer que  $U_2(I_B)$  s'annule si  $R_B$  vaut

$$R_B = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.71)$$

On en conclut que pour compenser l'effet de  $I_B$ , il suffit de placer en série avec l'entrée non inverseuse une résistance équivalente à celle que voit l'entrée inverseuse.

## 4.6 Exercices

**AO 1** Sachant que les résistances et tensions d'entrée valent respectivement  $R_n = n 10k\Omega$  et  $U_{1n} = n V$ , calculez la tension de sortie de chacun des circuits de la figure 4.23.

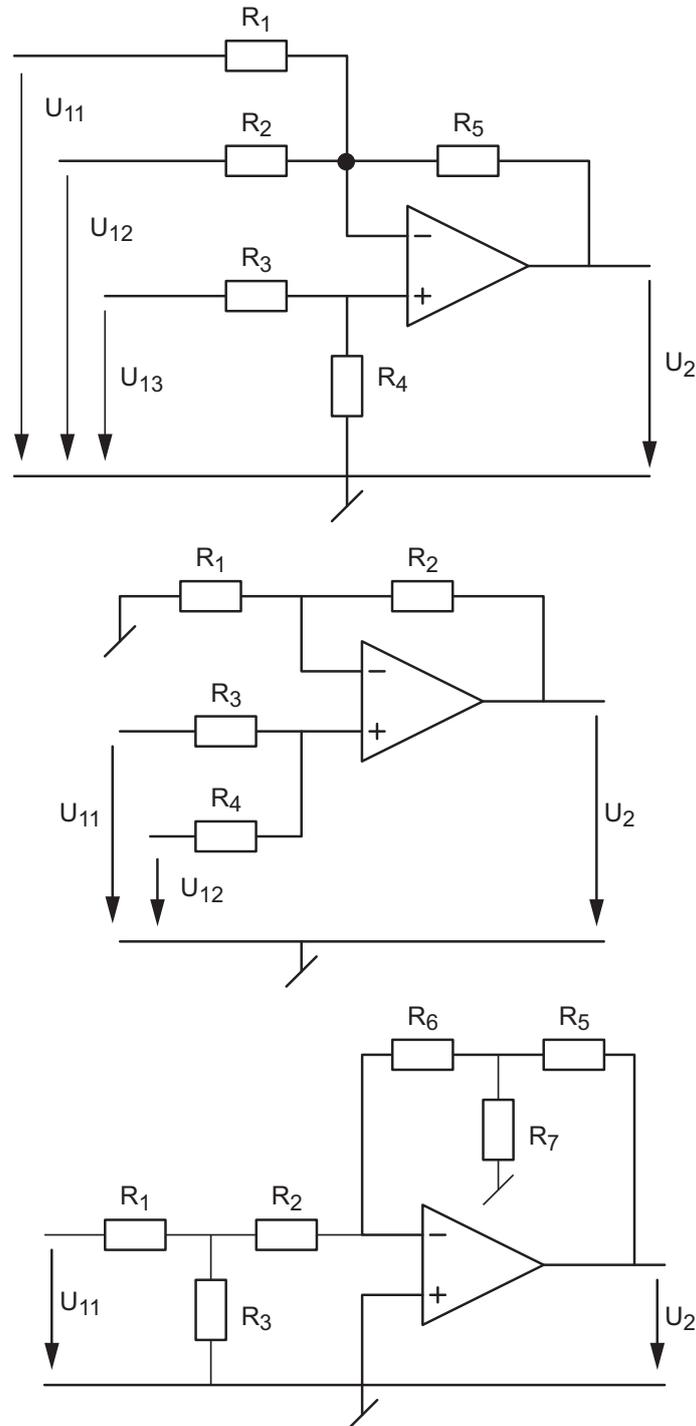


FIG. 4.23: Circuits AO 1

#### 4 Applications linéaires des amplificateurs opérationnels

**AO 2** On souhaite amplifier deux sources de tension  $U_{g1}$  et  $U_{g2}$  de manière à ce que

$$U_2 = -8U_{g1} - 3U_{g2}$$

Proposez un montage n'utilisant qu'un amplificateur opérationnel.

**AO 3** Répétez l'exercice précédent de manière à ce que

$$U_2 = -8U_{g1} + 3U_{g2}$$

**AO 4** Considérant le circuit AO4, montrez que l'on a  $U_+ = \alpha U_1$  et que le gain en tension  $A_U$  vaut  $2\alpha - 1$  variable entre  $+1$  et  $-1$ .

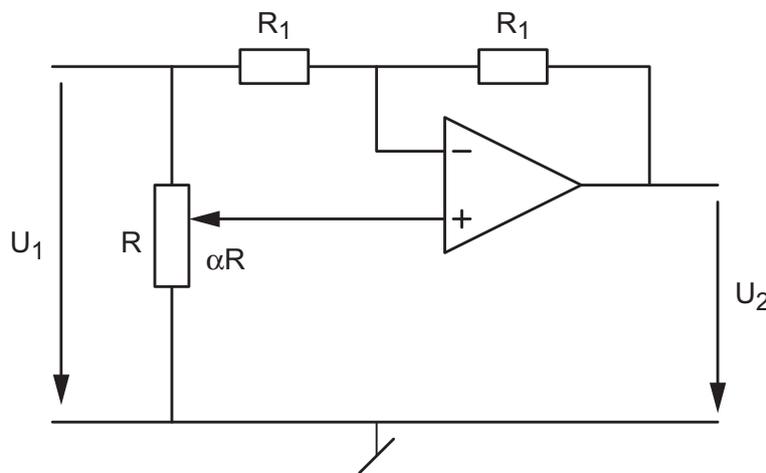


FIG. 4.24: Circuit AO 4

**AO 5** Dans le circuit AO5, le transistor agit comme un commutateur commandé par un signal carré de fréquence  $f_0 = 1$  kHz.

1. Calculez le gain du circuit lorsque le commutateur est ouvert ou fermé.
2. Dessinez la tension de sortie  $u_2(t)$  lorsque  $u_1(t) = 5 \text{ V} \sin(2\pi 100t)$ .

**AO 6** Considérant le circuit AO6 :

1. Montrez que, sous la condition  $R_3 = R_1$  et  $R_4 + R_5 = R_2$ , le courant  $I_L$  fourni à la charge  $R_L$  vaut

$$I_L = -\frac{R_2}{R_1 \cdot R_5} U_1$$

2. Quelle est la fonction ainsi créée ?
3. Sachant que pratiquement on choisit  $R_5 \ll R_4$ , proposez des résistances telles que le courant  $I_L = 5 \text{ mA}$  lorsque  $U_1 = -5 \text{ V}$ .

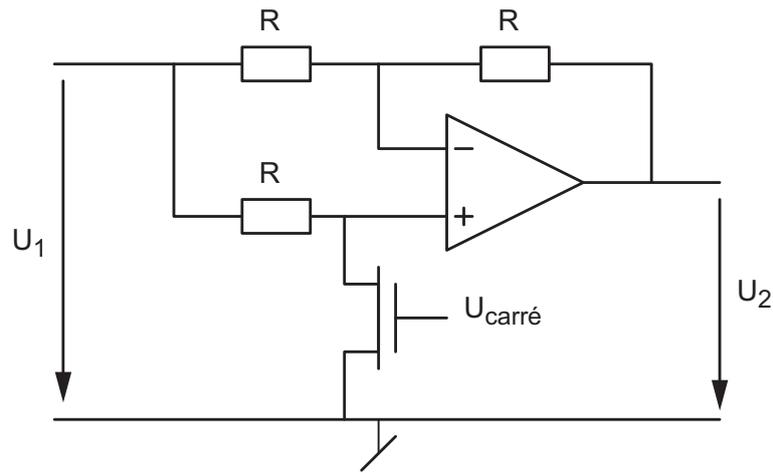


FIG. 4.25: Circuit AO 5

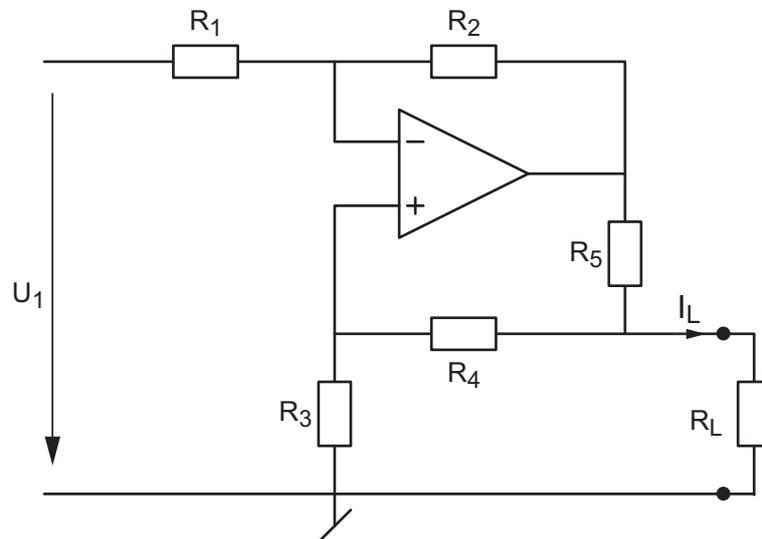


FIG. 4.26: Circuit AO 6

**AOd 1** Chaque fois que l'on a affaire à un amplificateur différentiel, sa tension de sortie  $U_2$  peut être décrite avec les tensions d'entrée définies individuellement  $U_{11}$ ,  $U_{12}$

$$U_2 \equiv A_{U1}U_{11} + A_{U2}U_{12}$$

ou avec les tensions en modes différentiel et commun  $U_{dm}$ ,  $U_{cm}$

$$U_2 \equiv A_{dm}U_{dm} + A_{cm}U_{cm}$$

Montrez que les gains sont liés entre eux par les relations suivantes

$$A_{U1} = \frac{A_{cm}}{2} + A_{dm} \quad A_{U2} = \frac{A_{cm}}{2} - A_{dm}$$

$$A_{dm} = \frac{A_{U1} - A_{U2}}{2} \quad A_{cm} = A_{U1} + A_{U2}$$

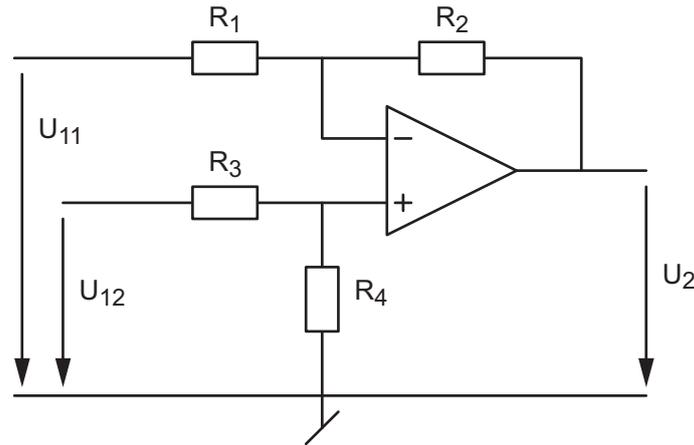


FIG. 4.27: Circuit AOD2 et AOD3

**AOD 2** On a réalisé l'amplificateur différentiel AOD2 avec des résistances précises à 1% et un AO pratiquement idéal. Sachant que  $R_1 = 2\text{ k}\Omega \pm 1\% = R_3$ ,  $R_2 = 100\text{ k}\Omega \pm 1\% = R_4$ ,  $U_{11} = 6.00\text{ V}$  et  $U_{12} = 6.02\text{ V}$ , calculez la tension de sortie et son incertitude.

**AOD 3** Considérant l'amplificateur différentiel AOD3 réalisé avec des résistances mesurées avec précision  $R_1 = 9.9\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 101\text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 10.1\text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 99\text{ k}\Omega$ , calculez :

1. Les résistances  $R_{e,1}$  et  $R_{e,2}$  vues par les deux entrées.
2. Les gains  $A_{U1}$ ,  $A_{U2}$ ,  $A_{dm}$  et  $A_{cm}$ .
3. Le taux de réjection du mode commun.
4. La tension de sortie  $U_2$  lorsque  $U_{11} = 5\text{ V}$  et  $U_{12} = 5.1\text{ V}$ .

**Rép. :**  $R_{e1} = 9.9\text{ k}\Omega$ ,  $R_{e2} = 109.1\text{ k}\Omega$ ,  $A_{dm} = -10.18$ ,  $A_{cm} = -0.037$ ,  $U_2 = 0.832\text{ V}$

**AOD 4** Afin de mesurer la température à l'intérieur d'une enceinte thermique, on utilise un pont résistif dont l'une des branches est une résistance NTC variant avec la température. Le signal provenant du pont est amplifié par un amplificateur différentiel (circuit AOD4). Le but de cet exercice est de mettre en évidence l'imprécision causée par le mode commun du signal mesuré.

1. Caractéristiques du pont résistif et de l'amplificateur :
  - a) admettant que les quatre résistances du pont sont égales à  $1\text{ k}\Omega$  et que  $V_{CC} = +12\text{ V}$ , calculez les tensions  $U_{11}$ ,  $U_{12}$ ,  $U_{dm}$  et  $U_{cm}$  que l'on aurait en l'absence de l'amplificateur ?
  - b) calculez les gains théoriques de l'amplificateur  $A_{dm}$  et  $A_{cm}$  ainsi que le TRMC lorsque  $R_1 = R_3 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = R_4 = 100\text{ k}\Omega$  ;
  - c) prenant en compte l'imprécision relative  $\varepsilon = 1\%$  de ces résistances, quelles sont les limites des gains  $A_{dm}$  et  $A_{cm}$  ? Calculez le TRMC minimum.
2. Sachant que pour une température donnée, le pont résistif branché sur l'amplificateur fournit les tensions  $U_{11} = 5.97\text{ V}$  et  $U_{12} = 6.27\text{ V}$ ,
  - a) que valent  $U_{dm}$  et  $U_{cm}$  ?

- b) calculez les effets de  $U_{dm}$  et  $U_{cm}$  sur la sortie  $U_2$  et les valeurs limites de celle-ci ;  
 c) quelle est l'imprécision causée par le mode commun ?  
 d) considérant que le capteur fournit à l'amplificateur une variation de tension de  $-10\text{ mV}/^\circ\text{C}$ , quelle est la température de l'enceinte sachant que le pont est équilibré à  $20^\circ\text{C}$  ?

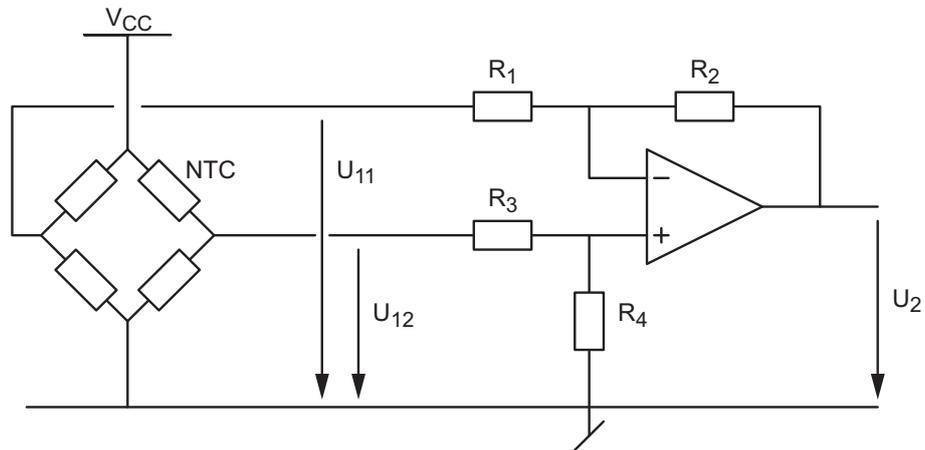


FIG. 4.28: Circuit AOd 4

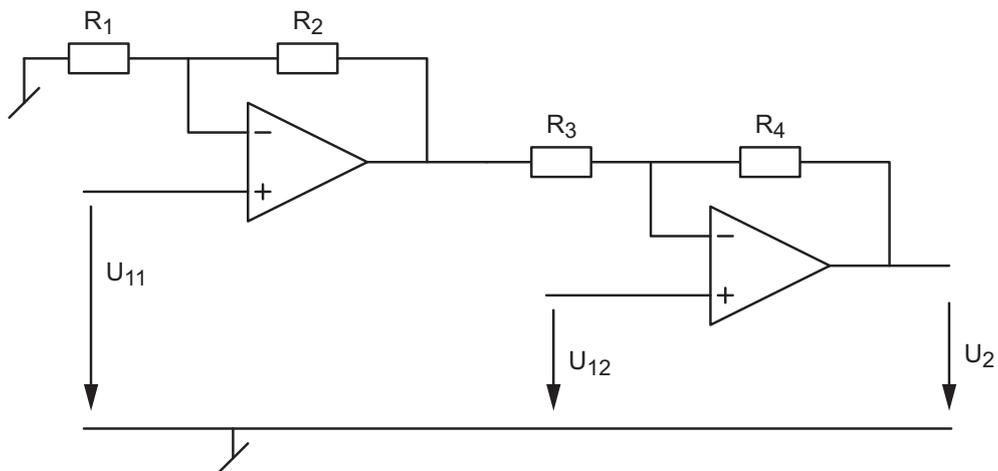


FIG. 4.29: Circuit AOd 5

**AOd 5** Dans cet exercice, on désire caractériser l'amplificateur différentiel AOd5 réalisé avec deux amplificateurs opérationnels.

1. Caractéristique de l'amplificateur différentiel :
  - a) quel est l'intérêt de ce type d'amplificateur différentiel par rapport aux résistances d'entrée ?
  - b) calculez la tension de sortie par rapport aux tensions d'entrée ;
  - c) idem, par rapport aux tensions différentielle et commune.
2. Considérant le cas idéal où les résistances sont toutes égales à  $100\text{ k}\Omega$ ,

#### 4 Applications linéaires des amplificateurs opérationnels

- a) que valent  $A_{dm}$ ,  $A_{cm}$  et TRMC ?
  - b) si  $U_{11} = 10 \text{ V}$  et  $U_{12} = 9 \text{ V}$ , calculez  $U_{dm}$ ,  $U_{cm}$  et  $U_2$  ;
  - c) idem (b), si  $U_{11} = 1 \text{ V}$  et  $U_{12} = 0 \text{ V}$ .
3. Considérant le cas le plus défavorable où l'on a  $R_1 = R_3 = 101 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = R_4 = 99 \text{ k}\Omega$ ,
    - a) que valent  $A_{dm}$ ,  $A_{cm}$  et TRMC ?
    - b) si  $U_{11} = 10 \text{ V}$  et  $U_{12} = 9 \text{ V}$ , calculez  $U_{dm}$ ,  $U_{cm}$  et  $U_2$  ;
    - c) idem, si  $U_{11} = 1 \text{ V}$  et  $U_{12} = 0 \text{ V}$  ;

**AOf 1** Considérant le filtre AOf1 :

1. Calculez  $H(0)$ ,  $H(\infty)$  et sa réponse fréquentielle  $H(j\omega)$  sous forme canoniques.
2. Sachant que  $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 90 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 1 \text{ nF}$ , calculez le gain DC et les pulsations caractéristiques puis dessinez le Bode d'amplitude.
3. On applique au circuit un saut de tension de  $1 \text{ V}$ , que valent  $u_2(0_+)$  et  $u_2(\infty)$ ? dessinez sa réponse indicielle.

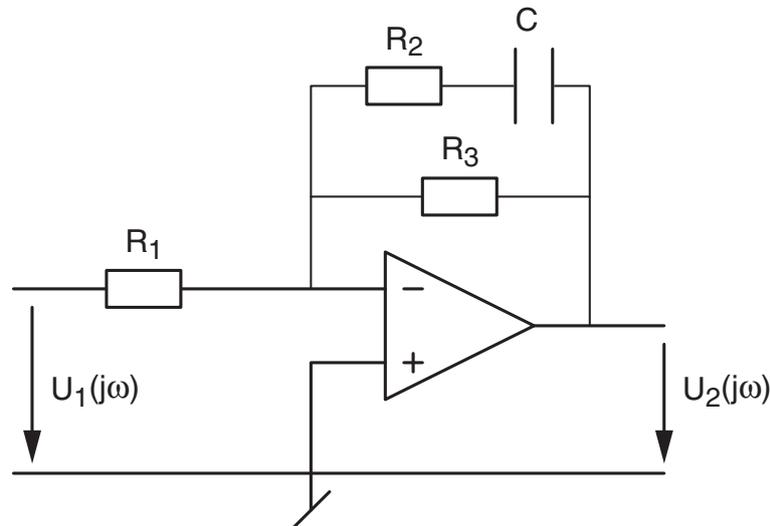


FIG. 4.30: Circuit AOf 1

**AOf 2** Considérant le filtre AOf2 :

1. Calculez  $H(0)$ ,  $H(\infty)$  et sa réponse fréquentielle  $H(j\omega)$ .
2. Sachant que  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_3 = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $C_2 = C_3 = 10 \text{ nF}$ , calculez le gain et les pulsations caractéristiques puis dessinez le Bode d'amplitude.

**AOf 3** On souhaite réaliser un correcteur correspondant à la fonction de transfert suivante :

$$H(j\omega) = \frac{1 + j\omega/100}{1 + j\omega/1000}$$

1. Que valent  $H(0)$  et  $H(\infty)$ ? Dessinez son Bode d'amplitude et de phase.
2. Proposez un schéma de réalisation et calculez ses composants.

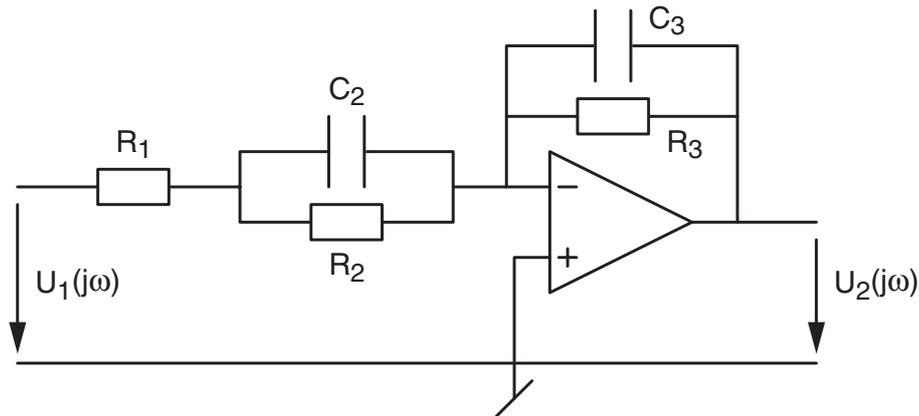


FIG. 4.31: Circuit AOf 2

**AOf 4** On désire réaliser un amplificateur à correction RIAA pour la reproduction des sons enregistrés sur disques vinyli. Sachant que le standard RIAA impose la réponse fréquentielle tracée en AOf 4 :

1. Retrouvez sa fonction de transfert  $H(j\omega)$ .
2. Proposez un schéma de réalisation.

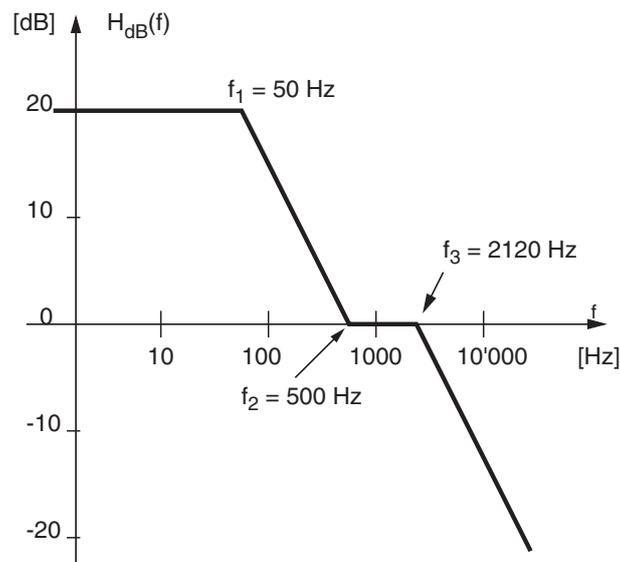


FIG. 4.32: Circuit AOf 4

**AOf 5** Le circuit AOf 5 se comporte comme une inductance active si on choisit  $R_1 \gg R_2$ . Pour le voir, :

1. Analysez le circuit en BF et en HF ; tirez-en  $Z_e(0)$  et  $Z_e(\infty)$ .
2. Montrez que son impédance d'entrée vaut

$$Z_e(j\omega) = R_2 \frac{1 + j\omega R_1 C}{1 + j\omega R_2 C}$$

#### 4 Applications linéaires des amplificateurs opérationnels

- Vérifiez que dans les moyennes fréquences telles que  $\frac{1}{R_1 C} \ll \omega \ll \frac{1}{R_2 C}$  l'impédance correspond à celle d'une inductance

$$Z_e(j\omega) \simeq j\omega R_1 R_2 C \equiv j\omega L_{equ}$$

- Dessinez le schéma passif équivalent à cette impédance.
- Calculez puis commentez la valeur de l'inductance équivalente lorsque

$$R_1 = 1 \text{ M}\Omega, R_2 = 100 \Omega, C = 1 \mu\text{F}$$

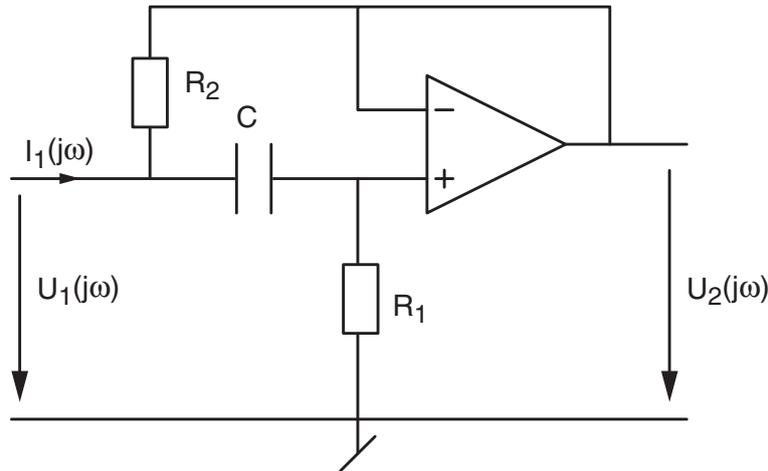


FIG. 4.33: Circuit AOf 5

**AOf 6** On applique un signal carré  $u_1(t)$  d'amplitude  $\pm A$  et de période  $T$  à un circuit intégrateur.

- Dessinez le circuit et calculez sa tension de sortie  $u_2(t)$ .
- Que valent en particulier l'amplitude  $\hat{U}_2$  et la pente de  $u_2(t)$  ?
- Dessinez les tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  lorsque  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10 \text{ nF}$ ,  $A = \pm 2 \text{ V}$  et  $T = 1 \text{ msec}$ . Quelle amplitude  $A_{max}$  peut-on appliquer sans que  $u_2(t)$  atteigne la valeur de saturation  $U_{sat} = 12 \text{ V}$  ?
- Que doit valoir le produit  $A \cdot T$  si l'on veut éviter la saturation du signal de sortie ?

**AOf 7** On applique un signal triangulaire  $u_1(t)$  d'amplitude  $\pm A$  et de période  $T = 1/f$  à un circuit dérivateur.

- Dessinez le circuit et calculez sa tension de sortie  $u_2(t)$ . Que vaut son amplitude ?
- Dessinez les tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  lorsque  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 100 \text{ nF}$ ,  $A = \pm 2 \text{ V}$  et  $T = 1 \text{ msec}$ . Quelle amplitude  $A_{max}$  peut-on appliquer sans que  $u_2(t)$  atteigne la valeur de saturation  $U_{sat} = 12 \text{ V}$  ?
- Que doit valoir le produit  $A \cdot f$  si l'on veut éviter la saturation du signal de sortie ?

**AOf 8** On applique un signal  $u_1(t) = A \cos(2\pi t/T)$  à un circuit intégrateur.

- Calculez et dessinez les tensions  $u_1(t)$  et  $u_2(t)$  lorsque  $R = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10 \text{ nF}$ ,  $A = 2 \text{ V}$  et  $T = 1 \text{ msec}$ .
- Que doit valoir le produit  $A \cdot T$  si l'on veut éviter la saturation du signal de sortie ?

**AOr 1** Considérant un AO dont le gain  $A_0$  de l'amplificateur opérationnel n'est pas infiniment grand, montrez que le gain d'un amplificateur inverseur vaut

$$A_U = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + \frac{1}{A_0} \frac{R_1 + R_2}{R_1}}$$

Faites l'application numérique avec  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  et  $A_0 = 10^3, 10^4, 10^5, \infty$ . Concluez.

**AOr 2** Considérant un AO caractérisé par son gain  $A_0 = 200'000$  et sa fréquence de transition  $f_T = 5 \text{ MHz}$  :

1. Tracez sa réponse fréquentielle. Quelle est sa fréquence de coupure ? Donnez l'expression de sa réponse fréquentielle  $A(jf)$  ;
2. Dessinez le schéma d'un amplificateur non inverseur de gain idéal  $A_U = 10$  puis calculez sa réponse fréquentielle  $A_U(jf)$  sachant qu'il est réalisé avec l'AO ci-dessus.
3. Sur le diagramme de Bode de l'AO, dessinez la réponse fréquentielle de l'amplificateur non inverseur ; quelle est sa bande passante ?

**AOr 3** On réalise un amplificateur inverseur avec  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$  et un AO dont la pente maximum (SR) est limitée à  $10 \text{ V}/\mu\text{sec}$ . Admettant que la fréquence de transition est infiniment grande, esquissez la tension de sortie  $u_2(t)$  lorsque la tension d'entrée vaut  $u_1(t) = 1 \text{ V} \sin(2\pi f_1 t)$  avec  $f_1 = 10 \text{ kHz}$ , puis  $f_1 = 1 \text{ MHz}$ .

**AOr 4** On considère un amplificateur inverseur réalisé avec  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  et un amplificateur opérationnel caractérisé par

$$A_0 = 400'000 \quad f_T = 5 \text{ MHz} \quad SR = 15 \text{ V}/\mu\text{sec}$$

1. Calculez la fréquence de coupure de l'AO.
2. Calculez la réponse fréquentielle  $A_U(jf)$  de l'amplificateur inverseur.
3. Que valent sa bande passante et sa constante de temps ?
4. Admettant  $u_1(t) = 0.1 \text{ V} \epsilon(t)$  puis  $u_1(t) = 1 \text{ V} \epsilon(t)$ , esquissez avec soin la tension de sortie en considérant pour les deux cas l'effet du SR et celui de la bande passante. Concluez.

**AOr 5** Admettant que la réponse fréquentielle d'un AO est décrite par

$$A(jf) = \frac{A_0}{(1 + jf/f_1)(1 + jf/f_2)}$$

avec  $A_0 = 100'000$   $f_1 = 10 \text{ Hz}$   $f_2 = 1 \text{ MHz}$ .

1. Dessinez la réponse fréquentielle de l'AO.
2. Avec cet AO, on réalise un amplificateur suiveur ; dessinez son schéma et calculez sa réponse fréquentielle.

#### 4 Applications linéaires des amplificateurs opérationnels

3. Sachant que la forme canonique d'un polynôme d'ordre 2 est décrite par son facteur de qualité  $Q_0$  et sa pulsation caractéristique  $\omega_0$

$$P_2(j\omega) = 1 + \frac{1}{Q_0} \left( \frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \left( \frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2$$

calculez la fréquence caractéristique  $f_0$  et le facteur de qualité  $Q_0$  de l'amplificateur suiveur.

4. Dessinez les réponses fréquentielle et indicielle de l'amplificateur suiveur.

**AOr 6** Calculez l'effet de la tension de décalage  $U_{os}$  et des courants de polarisation  $I_B$  sur la tension de sortie d'un amplificateur inverseur. Considérant que cet amplificateur est réalisé avec un LF356 et  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ , que valent  $U_2(U_{os})$  et  $U_2(I_B)$  ?

**AOr 7** Quelle valeur de résistance  $R_B$  placez-vous sur l'entrée non inverseuse du filtre passe-bande étudié dans la section 4.4.6, page 126 ?

**AOr 8** On considère ici un amplificateur inverseur réalisé avec  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$  et un AO réel caractérisé par

$$A_0 = 10'000 \quad U_{os} = 2 \text{ mV} \quad I_B = 1 \text{ nA}$$

Calculez la tension de sortie sachant que la tension d'entrée vaut  $U_1 = 20 \text{ mV}$ ; quelle est l'erreur causée par les imperfections de cet AO ?