

ÉPREUVE COMMUNE DE TIPE

TITRE :

Max Planck, père de la mécanique quantique ?

Temps de préparation :2 h 15 minutes

Temps de présentation devant le jury :10 minutes

Entretien avec le jury :10 minutes

GUIDE POUR LE CANDIDAT :

Le dossier ci-joint comporte au total : 18 pages

Document principal (13 pages)

Documents complémentaires (5 pages)

Travail **suggéré** au candidat :

Il est suggéré au candidat de présenter la découverte de la formule du rayonnement thermique du corps noir par Max Planck, en 1900, en insistant particulièrement sur la démarche scientifique du chercheur plutôt que sur les détails des calculs. Le candidat exposera la physique du corps noir et abordera la question des limites de la physique classique. Toutes les parties du sujet ne seront pas forcément traitées sur un pied d'égalité. Le candidat pourra aussi tenter de répondre à la question : Max Planck est-il le père de la mécanique quantique ?

CONSEILS GÉNÉRAUX POUR LA PRÉPARATION DE L'ÉPREUVE :

* Lisez le dossier en entier dans un temps raisonnable.

* Réservez du temps pour préparer l'exposé devant le jury.

- Vous pouvez écrire sur le présent dossier, le surligner, le découper ... mais tout sera à remettre au jury en fin d'oral.
- En fin de préparation, rassemblez et ordonnez soigneusement TOUS les documents (transparents, *etc.*) dont vous comptez vous servir pendant l'oral, ainsi que le dossier, les transparents et les brouillons utilisés pendant la préparation. En entrant dans la salle d'oral, vous devez être prêts à débiter votre exposé.
- A la fin de l'oral, vous devez remettre au jury le présent dossier, les transparents et les brouillons utilisés pour cette partie de l'oral, ainsi que TOUS les transparents et autres documents présentés pendant votre prestation.

I- Prologue

En 1892 Lord Kelvin écrit : « La physique est définitivement constituée dans ses concepts fondamentaux ; tout ce qu'elle peut désormais apporter, c'est la détermination précise de quelques décimales supplémentaires. Il y a bien deux petits problèmes : celui du résultat négatif de l'expérience de Michelson et celui du corps noir, mais ils seront rapidement résolus et n'altèrent en rien notre confiance... ». Nous allons voir que Max. Planck allait bouleverser cette vision de la physique.

II- Physique de la fin du XX^e siècle et rayonnement thermique

Pendant la première moitié du XIX^e siècle, les travaux de S. Carnot, J. Thomson (Lord Kelvin) et R. Clausius, notamment, ont permis le développement de la Thermodynamique. Cette branche de la physique traite des propriétés de la matière d'un point de vue macroscopique. A la fin du siècle les principes nécessaires à sa formulation (conservation de l'énergie et accroissement de l'entropie) étaient bien établis. Durant la deuxième moitié du XIX^e siècle, la majorité des physiciens finirent par admettre la réalité de la structure atomique de la matière. C'est alors que va naître la mécanique statistique grâce aux travaux précurseurs de L. Boltzmann (1844-1906) et de J. W. Gibbs (1839-1903), avec l'espoir de donner une interprétation microscopique des lois de la thermodynamique (voir annexe 1). Cette recherche se heurte néanmoins à un paradoxe : l'irréversibilité. En effet, les lois de la mécanique appliquées aux atomes décrivent des mouvements réversibles, alors que l'évolution dans le temps d'un système macroscopique décrit par les lois de la thermodynamique est irréversible. La thermique est la branche de la thermodynamique des phénomènes irréversibles qui traite des échanges de chaleur accompagnés ou non d'échanges de masse et de changement de phases. Il est nécessaire que le système soit hors de l'équilibre thermodynamique pour avoir échange de chaleur entre ses différentes parties. Il existe plusieurs types d'échange de chaleur : la conduction, la convection, et le rayonnement (voir Figure 1). Le rayonnement thermique est connu depuis l'antiquité. C'est par exemple le rayonnement des parois d'un four porté à haute température qui assure la cuisson du pain. Le fait que les parois du four changent de couleur en fonction de sa température intérieure est une observation élémentaire.



Figure 1: Les rayonnements électromagnétiques classés selon leur longueur d'onde et fréquence.

Cependant, la compréhension des lois de la physique gouvernant le rayonnement thermique était un sujet fondamental très discuté à la fin du XIX^e siècle. En 1859, G. Kirchhoff découvrit *l'universalité* du rayonnement thermique : la lumière émise est indépendante de la nature du four, de sa forme ou de sa taille. Pour un corps soumis à un rayonnement électromagnétique, on définit les coefficients d'absorption $A(\nu)$, d'émission $E(\nu)$, de transmission $T(\nu)$, et de réflexion $R(\nu)$. Ces coefficients sont définis à la Figure 2. Un corps opaque est un corps qui ne transmet aucune lumière ($T=0$). G. Kirchhoff montra que pour des corps opaques chauffés (le rayonnement thermique), le quotient $E(\nu)/A(\nu)$, est indépendant du corps considéré dès lors que l'équilibre thermodynamique est atteint. Il montra aussi que l'intensité lumineuse K , proportionnelle à $E(\nu)/A(\nu)$, ne dépend que de la longueur d'onde du rayonnement et de la température du corps : $K=K(\nu,T)$. De plus, il anticipait une fonction simple pour décrire $K(\nu,T)$, du fait de son indépendance par rapport aux propriétés intrinsèque du corps émetteur.

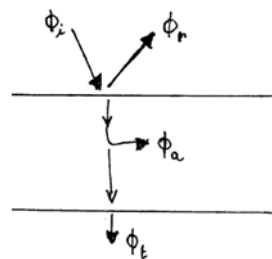


Figure 2: On considère une onde électromagnétique incidente sur une paroi. Soit ϕ_i le flux incident ($\text{W/m}^2/\text{s}$), ϕ_r le flux réfléchi, ϕ_a le flux absorbé, et ϕ_t le flux transmis. On définit : le coefficient de réflexion $R=\phi_r/\phi_i$, le coefficient d'absorption $A=\phi_a/\phi_i$, et le coefficient de transmission $T=\phi_t/\phi_i$. Ces grandeurs dépendent de la fréquence, de l'angle d'incidence, ainsi que de la polarisation du rayonnement incident. Nous négligerons ces deux derniers aspects pour simplifier les discussions. On définit aussi ϕ_e le flux total émis par la surface.

Une approche fructueuse pour aborder le rayonnement thermique est l'étude du « corps noir », c'est à dire un corps opaque, T nul, non réfléchissant, R nul, et absorbant parfaitement tout rayonnement incident, $A=1$, ces relations étant valables pour toutes les fréquences du spectre électromagnétique. Un corps noir est aussi par définition un corps à l'équilibre thermodynamique qui réémet sous forme d'ondes électromagnétiques toute l'énergie qu'il reçoit. La réalisation d'un corps noir parfait en laboratoire est sûrement impossible, mais on peut s'en approcher d'assez près en pratiquant une petite ouverture dans une enceinte de grande dimension (voir Figure 3). A l'intérieur d'une telle enceinte tout rayonnement subit de très nombreuses réflexions avant de ressortir par l'ouverture (ce qui garantit l'équilibre thermodynamique). Par la suite, nous pouvons étudier ce que l'on nomme le *spectre* de ce corps noir en faisant passer le rayonnement sortant par un prisme non absorbant se situant à

l'entrée d'un détecteur. On obtient alors, sur ce détecteur, ce que l'on nomme le spectre de l'objet étudié. Le spectre correspond en fait à la décomposition de la lumière émise par l'objet. La puissance rayonnée par un corps noir à une température donnée augmente avec la longueur d'onde pour atteindre un maximum puis décroît quand celle-ci continue de s'élever.

A la fin du XIX^e siècle, les interactions entre la lumière et la matière étaient une source d'énigmes face auxquelles les physiciens ne disposaient que d'assez peu de moyens théoriques. Par exemple il n'était pas évident de savoir comment la thermodynamique s'applique à la lumière. Et pourtant on peut expérimenter des relations évidentes entre la température d'un corps, l'intensité et la distribution en longueur d'onde du rayonnement lumineux qu'il émet. Exprimé de façon différente, il est évident que le simple fait de rester exposé au soleil conduit à une augmentation de la température...

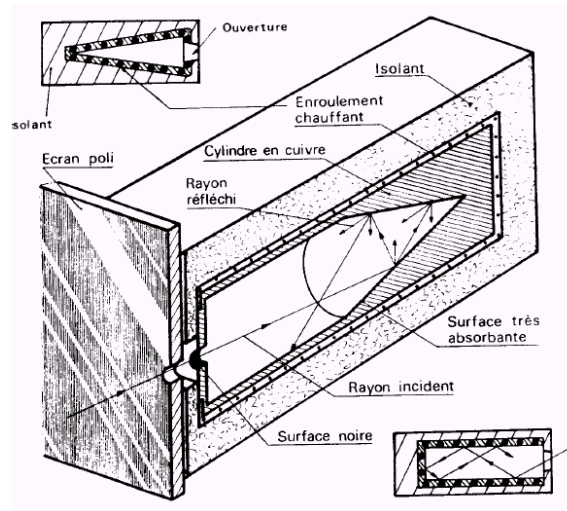


Figure 3: Réalisation expérimentale d'un corps noir.

A l'époque les travaux de Maxwell (1831-1879) avaient permis de montrer de façon convaincante que la lumière est une onde électromagnétique. Dès lors, il semblait naturel d'étudier l'intensité $K(\nu, T)$ en combinant la thermodynamique aux processus électromagnétiques. En 1879, J. Stefan découvrit expérimentalement que l'énergie totale émise par un élément de surface chauffé est proportionnelle à la puissance quatrième de la température absolue. En posant $u(\nu, T)$, la densité d'énergie à la fréquence ν , c'est à dire l'énergie des ondes électromagnétiques dans la bande spectrale $d\nu$ contenue par unité de volume de la cavité du corps noir à la température T (exprimée en $J.s/m^3$), on a expérimentalement

$$\int_0^{\infty} u(\nu, T) d\nu = \sigma T^4 \quad (\text{Équation 1, Loi de Stefan}),$$

où σ est la constante de Stefan ($W.m^{-2}.K^{-4}$), et ν joue le rôle d'un paramètre. De simples considérations géométriques impliquent que la densité volumique $u(\nu, T)$ est liée à l'énergie

électromagnétique rayonnée par seconde et par unité de surface du corps noir, définie comme l'intensité ou émittance $K(\nu, T)$ exprimée en J/m^2 , par la relation $u(\nu, T) = \frac{4}{c} K(\nu, T)$ ¹. La loi

90 de Stefan fut déduite de la thermodynamique classique par L. Boltzmann en 1884. Imaginons que la cavité est remplie d'un gaz de photons. Le premier principe permet de calculer l'accroissement de chaleur δQ dans la cavité par un accroissement d'énergie interne dU , et un travail dû à l'expansion $P\delta V$ (P étant la pression et V le volume de la cavité), tel que $\delta Q = dU + P\delta V$. L'énergie interne totale U valant $U=u.V$. En utilisant les équations de Maxwell, on
95 peut montrer que la pression P dans la cavité, appelée pression de radiation² est $p=u/3$. La différentielle exacte de l'entropie $S=S(T, V)$ du système peut s'exprimer selon

$$dS = \frac{V}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) dT + \frac{4u}{3T} dV \quad (\text{Équation 2}).$$

Etant une différentielle exacte, on en déduit aisément la relation

$$u(T) = \sigma T^4 \quad (\text{Équation 3}).$$

100 En 1893, W. Wien observa que la longueur d'onde au maximum de radiation (λ_m) varie en fonction de la température selon la loi

$$\lambda_m T = \text{constante} \quad (\text{Équation 4, Loi de déplacement de Wien}).$$

La combinaison des lois de Wien et de Stefan permet de définir la dépendance en fréquence et en température de la densité d'énergie

105
$$u(\nu, T) = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (\text{Équation 5}).$$

Cette relation très importante montre que la température n'intervient que dans le rapport ν/T ; de surcroît, l'analyse dimensionnelle implique que deux constantes fondamentales sont nécessaires (on connaissait alors la vitesse de la lumière et la constante de Boltzmann). La loi expérimentale de Wien implique que la courbe isotherme $u(\nu, T) = g(\nu)$ présente un
110 maximum à ν_{\max} donné par :

$$\left(\frac{\partial u(\nu, T)}{\partial \nu} \right)_T = 3\nu^2 f\left(\frac{\nu}{T}\right) + \frac{\nu^3}{T} f'\left(\frac{\nu}{T}\right) = T^2 \left\{ 3\left(\frac{\nu}{T}\right)^2 f\left(\frac{\nu}{T}\right) + \left(\frac{\nu}{T}\right)^3 f'\left(\frac{\nu}{T}\right) \right\} = 0 \quad (\text{Équation 6}).$$

1 c est ici la vitesse de la lumière dans le vide ($c=3 \cdot 10^8$ m/s).

2 Tout rayonnement exerce une force sur une surface et donc génère une pression de radiation. Pour le corps noir, tout photon tombant sur la surface va être absorbé, mais le corps va également en émettre, et à l'équilibre thermique le nombre de photons absorbés et émis vont être égaux. Tout se passe donc comme si la collision entre les photons et la surface était élastique. La pression de radiation totale vaut alors, pour une fréquence donnée $p=u/3$.

Cette fonction ne dépendant que du rapport v/T , on en déduit que le maximum de la courbe $u(v,T)$ se déplace avec la température de telle sorte que l'égalité précédente soit toujours vérifiée, soit $\frac{v}{T} = \text{cste}$. On ne peut plus progresser dans l'obtention de $u(v,T)$ en utilisant
115 uniquement la thermodynamique et l'électromagnétisme. Par analogie avec la théorie de la cinétique des gaz de Maxwell donnant la distribution de vitesse des molécules dans un gaz, Wien suggéra en 1896 une densité d'énergie de la forme (avec A et B deux constantes) :

$$u_w(v, T) = Av^3 \exp\left(\frac{-Bv}{T}\right) \quad \text{(Équation 7, Formule de radiation de Wien)}$$

Cette fonction décrivant une loi de puissance dans le domaine des faibles fréquences, et
120 une atténuation exponentielle à haute fréquence, permet de reproduire les données pendant quelques temps... Pourtant, elle impliquait une densité d'énergie indépendante de la température T, dans le domaine des grands T, ce qui n'est pas vraiment conforme à l'intuition physique. En 1900, une série d'expériences plus raffinées menée principalement par Rubens et par Kurlbaum, à Berlin, prouvèrent que la densité d'énergie est linéaire en T à très faible
125 fréquence (ou à très haute température).

$$u_{RJ}(v, T) = CT \quad \text{(Équation 8, } v/T \ll 1, \text{ loi de Rayleigh-Jeans, C est une constante).}$$

III- Dérivation de la formule du corps noir par M. Planck

Le physicien Max Planck était un spécialiste de la thermodynamique, très attaché aux deux concepts fondamentaux de l'énergie et de l'entropie. Bien que partisan d'une «théorie
130 mécanique de la chaleur» héritière de celle de Clausius, il exprimait de fortes réticences à l'égard du modèle atomiste des gaz favorisé par Maxwell et Boltzmann. Dans un texte de 1882, il suggère que « la théorie atomique, en dépit de ses grands succès, devra en fin de compte être abandonnée en faveur de l'hypothèse de la matière continue ». Entre 1887 et 1900 il publia une série de cinq articles consacrés aux « processus de rayonnement irréversible ». Il
135 déclara alors « Comme la signification du concept de l'entropie n'était point parvenue à être pleinement dégagée, personne n'accorda la moindre attention à la méthode que j'avais adoptée et je pus développer mes calculs complètement à ma guise, avec une rigueur absolue, sans avoir à redouter de troubles ou de compétition. »

M. Planck ne croyait pas à la théorie de L. Boltzmann donnant une interprétation
140 statistique de l'entropie. Il pensait que l'étude théorique de la lumière lui permettrait de mettre en défaut cette interprétation statistique. En ces temps là, l'idée d'interpréter tout phénomène physique grâce à la « mécanique » hantait bon nombre de physiciens. Planck faisait partie de

ces derniers, et son but était de trouver une loi de mécanique fondamentale permettant d'expliquer le deuxième principe de la thermodynamique. Pour y arriver il s'imaginait
 145 quel'explication du rayonnement thermique du corps noir pourrait lui permettre de démontrer que l'entropie d'un système augmente en conséquence de nouvelles lois de conservation. Il espérait donc déduire la forme de la fonction de Kirchhoff $K(\nu,T)$ comme preuve de la véracité de ses idées. Max Planck faisait fausse route car aucune loi de mécanique fondamentale ne permet d'expliquer que l'entropie évolue toujours vers un maximum³.
 150 Pourtant, la façon dont il a mené ses travaux est exemplaire. En effet, ses investigations méticuleuses, sa force de persévérance, et sa grande honnêteté intellectuelle le menèrent à une découverte fondamentale inattendue qui allait bouleverser la physique...

Planck était assez isolé pendant ces développements. Etant un théoricien pur (une espèce très rare à l'époque) il avait peu de contacts avec ses collègues physiciens berlinois. Il s'était
 155 néanmoins lié d'amitié avec le spectroscopiste H. Rubens. Au cours d'un dîner chez Planck un soir d'octobre 1900, Rubens partagea avec son hôte sa plus récente découverte sur la queue infrarouge du spectre du corps noir: la densité spectrale y était proportionnelle à la température absolue. Planck se mit alors immédiatement au travail, essayant de trouver une expression de la dérivée seconde de l'entropie compatible aux basses fréquences avec ce
 160 nouveau résultat, ainsi qu'avec la loi de Wien déjà éprouvée aux hautes fréquences. Pour cela il s'appuya sur un raisonnement thermodynamique classique. L'idée était d'éliminer la température et d'étudier la relation entre l'énergie interne et l'entropie.

Dans le cas d'application de la loi de Rayleigh-Jeans, nous avons la relation

$$T = \frac{u_{RJ}}{C}, \text{ où } C \text{ est une constante de } T \text{ (Équation 9).}$$

165 Dans le cas de la loi de Wien nous avons la relation

$$T = \frac{-B\nu}{\ln\left(\frac{u_W}{Av^3}\right)}, \text{ où } A \text{ et } B \text{ sont deux constantes de } T \text{ (Équation 10).}$$

En définissant la densité volumique d'entropie comme $s(\nu,T)=S(\nu,T)/V=du(\nu,T)/T$ (ici la chaleur reçue est égale à la variation de l'énergie, et ν est un paramètre), on obtient deux densités d'entropie possibles, selon les lois adoptées :

$$170 \quad ds_{RJ} = \frac{du_{RJ}}{T} = \frac{Cdu_{RJ}}{u_{RJ}}, \text{ et } ds_W = \frac{du_W}{T} = \frac{-\ln\left(\frac{u_W}{B\nu^3}\right)}{Av} du_W \text{ (Équations 11 et 12).}$$

3 Rappelons que pour un système isolé en évolution au cours du temps, l'entropie ne décroît jamais, alors que pour un système à l'équilibre, l'entropie est constante.

On en déduit deux cas limites :

$$\left(\frac{\partial^2 s_{RJ}}{\partial u_{RJ}^2}\right) \propto u_{RJ}^{-2}, \text{ et } \left(\frac{\partial^2 s_W}{\partial u_W^2}\right) \propto u_W^{-1} \quad (\text{Équation 13}).$$

L'idée de Planck était alors de chercher à interpoler entre ces deux lois. Il a probablement fait plusieurs tentatives avant de trouver la bonne façon de procéder, en posant :

175

$$\left(\frac{\partial^2 s}{\partial u^2}\right)^{-1} = \left(\frac{\partial^2 s}{\partial u^2}\right)^{-1}_{RJ} + \left(\frac{\partial^2 s}{\partial u^2}\right)^{-1}_W = \alpha \cdot u + \beta \cdot u^2 \quad (\text{Équation 14}).$$

L'intégration donne la forme :

$$u(\nu, T) = \frac{Cste}{\exp(-\alpha/T) - 1} \quad (\text{Équation 15}).$$

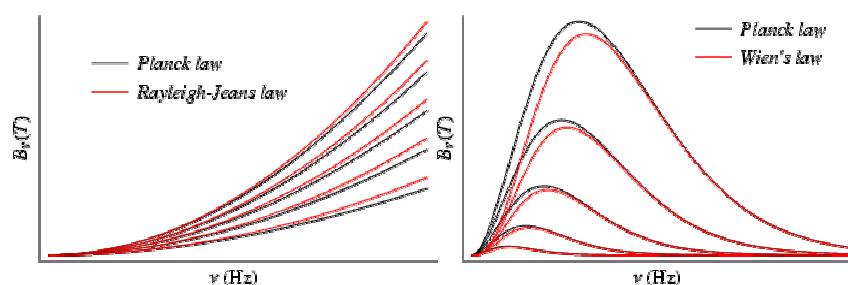
En comparant à la loi de déplacement de Wien on obtient :

$$u(\nu, T) = \frac{C_1 \nu^3}{\exp(C_2 \nu/T) - 1} \quad (\text{Équation 16, Loi de Planck, avec } C_1 \text{ et } C_2 \text{ constantes de } \nu \text{ et } T).$$

180

Il restait à comparer cette nouvelle loi avec les deux lois que l'on connaissait (voir Figure 4). Sachant que la loi de Rayleigh-Jeans était en parfait accord avec les mesures expérimentales pour les petites valeurs de fréquences, il était primordial de vérifier si la valeur de $u(\nu, T)$ obtenue est proche de u_{RJ} lorsque $\nu \rightarrow 0$: cela était bien le cas. Planck vérifia aussi que l'on trouve la forme de u_W pour les grandes valeurs de fréquences. Mais le moment de vérité, c'est quand il compara sa théorie aux mesures expérimentales, avec succès ! Il devint rapidement clair que ce qu'il restait d'écart à la loi de Planck n'était dû qu'à des erreurs expérimentales. M. Planck avait trouvé une loi de densité pour le rayonnement qui concordait avec les mesures expérimentales ! Il présenta ce résultat le 19 octobre 1900 devant la société de physique de Berlin⁴, presque en même temps que les nouvelles mesures de Rubens.

185



190

Figure 4: Gauche : Comparaison entre la loi de Planck (foncé) et la loi de Rayleigh-Jeans (clair, courbes légèrement plus hautes), pour cinq températures différentes et $h\nu/k_B T \ll 1$. Droite : Comparaison entre la loi de Planck (foncé) et la loi de Wien pour cinq températures différentes (clair, courbes légèrement plus basses). L'axe de ordonnées proportionnel est l'intensité $K(\nu, T)$, et l'axe des abscisses est la fréquence ν .

4 Article soumis le 14 décembre 1900 à la revue : Annalen der Physik 4, 553-563 (1901).

195 Planck entreprit alors de trouver une justification plus fondamentale à ce qu'il nommait lui-même une "conjecture heureuse". Comme il le remarqua rapidement, sa nouvelle formule pour l'entropie faisait intervenir des expressions de la forme $U \ln U$, qui apparaissent dans l'approximation de Stirling pour les factorielles. En effet, si on intègre deux fois la relation donnant l'entropie, on obtient :

200
$$S(U) = \frac{1}{\alpha\beta} (\beta U \ln U + (\alpha + \beta U) \ln(\alpha + \beta U)) \quad (\text{Équation 17}).$$

Peut-être, pensa-t-il, la définition combinatoire de l'entropie de Boltzmann mènerait-elle au bon résultat (calcul de l'entropie selon la multiplicité d'un état thermodynamique, voir Annexe 1). Planck avait auparavant délaissé cette approche, car elle procédait de l'interprétation statistique de l'irréversibilité qu'il rejetait.

205 **IV- Tentative d'interprétation par la mécanique classique : le modèle des résonateurs**

En 1900, Rayleigh proposa que les radiations électromagnétiques dans la cavité sont engendrées par une population d'oscillateurs (aussi appelés résonateurs à l'époque), chacun d'entre eux vibrant à une fréquence propre. Ce sont des dipôles rayonnants que l'on peut modéliser par des oscillateurs harmoniques amortis contraints par un champ électromagnétique. D'après les équations de Maxwell, la densité d'énergie s'écrit :

210
$$u_M = \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \quad (\text{Équation 18}),$$

où \vec{E} et \vec{B} sont respectivement les champs électriques et magnétiques des radiations, ϵ_0 la permittivité électrique du vide et μ_0 la perméabilité magnétique du vide. Pour connaître la densité d'énergie produite il faut calculer le nombre d'oscillateurs qui émettent dans l'intervalle de fréquence $d\nu$ (on note ce nombre $\left(\frac{dN}{d\nu}\right)d\nu$). Chaque oscillateur possède une énergie donnée $\varepsilon(\nu)$. Il faut de même calculer l'énergie moyenne $\bar{\varepsilon}(\nu)$ de l'ensemble des oscillateurs de fréquence ν . Le nombre total d'oscillateurs et l'énergie totale de la cavité sont donc donnés par :

215
$$N_{total} = \int_0^\infty \frac{dN}{d\nu} d\nu, \quad E_{total} = \int_0^\infty u(\nu) d\nu = \int_0^\infty \bar{\varepsilon}(\nu) \frac{dN}{d\nu} d\nu \quad (\text{Équation 19}).$$

220 Puisque les propriétés du rayonnement du corps noir ne dépendent pas de la cavité considérée, on peut simplifier le problème en utilisant une cavité cubique aux parois conductrices, de côté L et de volume $V=L^3$. Dans ce cas, seules des ondes stationnaires associées à certaines fréquences peuvent s'établir à l'intérieur. En posant $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - 2\pi\nu t)}$,

avec $\vec{k}(k_x, k_y, k_z)$ le vecteur d'onde associé, les composantes du champ électrique E_i ($i=x,y,z$)
 225 doivent vérifier l'équation d'onde :

$$\frac{\partial E_i^2}{\partial x^2} + \frac{\partial E_i^2}{\partial y^2} + \frac{\partial E_i^2}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_i^2}{\partial t^2} \quad (\text{Équation 20, } c \text{ est la célérité de la lumière dans le vide),$$

tel que le champ électrique s'annule sur les parois. Dans le cas contraire, on aurait une
 dissipation d'énergie et la cavité ne serait plus à l'équilibre thermodynamique. La solution a
 donc la forme :

$$E = E_0 \sin\left(\frac{n_x \pi}{L} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{L} y\right) \sin\left(\frac{n_z \pi}{L} z\right) \sin(2\pi \nu t)$$

(Équation 21, n_x, n_y, n_z sont des entiers positifs).

Par substitution dans l'équation d'onde on obtient la condition :

$$\nu = \frac{c}{2L} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \quad (\text{Équation 22}).$$

Chaque point $M(\vec{n} = n_x, n_y, n_z)$ correspond à une solution possible de l'équation d'onde et est
 235 appelé un mode de la cavité (Figure 5).

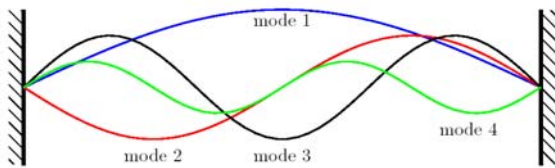


Figure 5: Modes d'une cavité (à 1 dimension pour simplifier la représentation graphique). On voit le niveau fondamental (mode 1) et les trois premiers harmoniques (modes 2, 3, et 4).

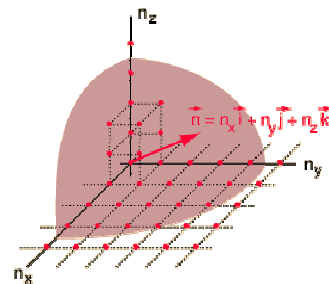


Figure 6: Dénombrement du nombre de modes selon la méthode de Rayleigh.

La détermination du nombre de modes peut se faire selon la méthode de Rayleigh (voir Figure
 6). En supposant les fréquences telles que $\nu \gg c/L$, l'espace des modes (ou « l'espace des n »)
 peut être considéré comme continu. Le nombre de points M de « l'espace des n » dans un

volume compris entre n et $n+dn$ et tel que n_x, n_y, n_z soient positifs est $\frac{\pi n^2}{2} dn$. Le nombre de

240 mode dans un intervalle de fréquence $d\nu$ vaut alors

$$\frac{dN}{d\nu} d\nu = \frac{4\pi V}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (\text{Équation 23}).$$

La densité d'énergie est proportionnelle au nombre de modes calculé ci-dessus et s'écrit :

$$u(\nu) = g \frac{1}{V} \frac{dN}{d\nu} \varepsilon(\nu) \quad (\text{Équation 24}).$$

En fait, on doit prendre $g=2$ pour prendre en compte le fait qu'une onde électromagnétique est une oscillation des champs électrique et magnétique. On peut aussi justifier cette « re-normalisation » par les deux états de polarisation de la lumière.

Il reste maintenant à déterminer l'énergie moyenne des oscillateurs. Par analogie à un oscillateur harmonique, ces résonateurs peuvent stocker de l'énergie cinétique du fait de leur mouvement, mais aussi de l'énergie potentielle de vibration. Se replaçant dans le cadre de la thermodynamique de Boltzmann, Planck écrit que la probabilité qu'un oscillateur matériel linéaire ait son énergie comprise entre ε et $\varepsilon+d\varepsilon$ s'écrit:

$$P(\varepsilon)d\varepsilon \propto e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\varepsilon, \text{ avec la condition } \int_0^{\infty} P(\varepsilon)d\varepsilon = 1 \quad (\text{Équation 25}).$$

La valeur moyenne de $\bar{\varepsilon}(\nu)$ s'en déduit par :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\varepsilon}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{\varepsilon}{k_B T}} d\varepsilon} = k_B T \quad (\text{Équation 26}).$$

On retrouve ainsi le théorème de l'équipartition de l'énergie associée à un oscillateur harmonique à deux degrés de liberté. L'approche « classique » mène ainsi à la densité d'énergie dans la cavité :

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} k_B T \quad (\text{Équation 27, Formule exacte de Rayleigh-Jeans}).$$

Voilà tout ce que l'on peut obtenir en exploitant la mécanique classique... On retrouve la formule de Rayleigh-Jeans (Equation 8), en déterminant la constante $C = 8\pi k_B \nu^2 / c^3$. M. Planck, comme d'autres, avait bien sûr perçu les problèmes de cette approche. Celle-ci était en effet en désaccord avec les résultats expérimentaux, et cette relation est de plus « non physique » car elle mène à une densité d'énergie infinie ($\lim_{\nu \rightarrow \infty} u(\nu, T) \rightarrow \infty$), même pour un simple four à pain ! C'est ce que le physicien P. Ehrenfest a appelé, a posteriori, la « catastrophe ultraviolette ».

V- M. Planck et la transition entre mécanique classique et quantique

Au cours de ses investigations, M. Planck va supposer que l'énergie des oscillateurs est « quantifiée », c'est à dire qu'elle ne peut pas prendre toute valeur arbitraire, mais seulement des multiples d'une constante que multiplie la fréquence. Il appelle cette constante h pour « hilfe Grösse » (grandeur d'aide) et il pose ainsi $\varepsilon_1=h\nu$, $\varepsilon_2=2h\nu, \dots$, $\varepsilon_n=n h\nu$ (avec n entier positif). Cette formule donne l'énergie des oscillateurs, mais Planck exclut qu'elle s'applique aux radiations électromagnétiques ! En d'autre terme, Planck rejetait la quantification du champ électromagnétique qui est bel et bien avérée depuis comme un fondement de la

mécanique quantique (plus précisément appelée dans ce cas l'électrodynamique quantique).
 275 Planck était un physicien de l'école Allemande très conservateur, et il voulait accommoder au mieux sa découverte à la mécanique classique. Il pensait donc que les oscillateurs évoluent de façon continue. Il acceptait néanmoins que des processus d'échange d'énergie ultrarapides entre la matière et le champ électromagnétique pouvaient être considérés comme discontinus dans leur traitement mathématique. A la manière de Boltzmann, il calcula la probabilité qu'un
 280 oscillateur ait une énergie ε_n :

$$p_n = \frac{e^{-\varepsilon_n/k_B T}}{\sum_n e^{-\varepsilon_n/k_B T}} \quad (\text{Équation 28}).$$

Par analogie au calcul classique présenté à la section précédente, la densité d'énergie moyenne classiquement décrit par une intégrale peut être remplacée par une somme :

$$\overline{\varepsilon_n} = \sum p_n \varepsilon_n = \frac{\sum \varepsilon_n e^{-\varepsilon_n/k_B T}}{\sum e^{-\varepsilon_n/k_B T}} = \frac{h\nu \sum n x^n}{\sum x^n}, \text{ avec } x = e^{-h\nu/k_B T} \quad (\text{Équation 29}).$$

285 En remarquant que $x \frac{d}{dx} \sum x^n = \sum n x^n$, et en substituant dans l'équation précédente il obtint :

$$\overline{\varepsilon_n} = \frac{h\nu x \frac{d}{dx} \sum x^n}{\sum x^n} = \frac{h\nu x \frac{d}{dx} (1-x)^{-1}}{(1-x)^{-1}} = \frac{x h \nu}{1-x} = \frac{h \nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \quad (\text{Équation 30}).$$

En faisant tendre la constante h vers 0, Planck retrouve le résultat classique :

$$\overline{\varepsilon_n} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1} = k_B T. \text{ Mais Planck remarqua que si, au lieu de faire tendre } h \text{ vers } 0, \text{ il}$$

290 garde h tel quel, il obtient la forme de la densité d'énergie recherchée :

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left(\frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \right) \quad (\text{Équation 31}).$$

Il apparut alors que si l'on donnait à la constante h la valeur $h = 6,626075 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ (appelée quantum d'action ou constante de Planck), les courbes représentatives de l'expression théorique précédente cadraient parfaitement avec les résultats expérimentaux, et ceci quelle
 295 que soit la température. Le caractère quantifié de l'énergie, ce que l'on voit aussi apparaître comme le 'quantum d'action' dans la littérature, fut donc initialement introduit comme une pure hypothèse de calcul. Ce quantum d'action (constante de Planck), mesure en quelque sorte

le caractère granulaire d'un échange énergétique. Planck n'avait cependant pas de doute quant à l'importance fondamentale de cette notion. C'est le 14 décembre 1900, et de nouveau à la Société Allemande de Physique, qu'il put exposer l'interprétation théorique qu'il dégageait de la loi du rayonnement. Ce jour est vraiment le jour de naissance de la théorie des quanta.

L'interprétation physique de la formule de Planck est la suivante : l'énergie thermique est produite par l'excitation des atomes de la cavité qui émettent un rayonnement électromagnétique ; il s'établit un système d'ondes stationnaires dans la cavité et toute la subtilité réside dans la façon dont l'énergie est distribuée entre tous les modes possibles.

En physique classique, chaque mode a une chance égale d'être excité, et la densité d'énergie à une fréquence donnée est proportionnelle au nombre de modes de la gamme considérée qui est proportionnel au carré de la fréquence. Ceci mène à la catastrophe ultraviolette qui n'a heureusement pas lieu ! La loi de Rayleigh-Jeans est satisfaisante aux basses fréquences puisque tous les modes peuvent être peuplés.

La vision quantique est bien différente. D'après l'hypothèse de Planck, on ne peut uniquement construire un mode de grande énergie $N h\nu$ qu'en échangeant cette même quantité d'énergie (un photon d'énergie $N h\nu$). L'excitation d'un photon d'une énergie bien supérieure à l'énergie thermique est peu probable, et ces modes s'en retrouvent ainsi moins peuplés. Même si l'on peut mettre plus de modes de haute fréquence dans la cavité, la courbe de densité d'énergie retombe à haute fréquence et la catastrophe ultraviolette est évitée. Bien que Planck ait au départ refusé d'admettre une interprétation corpusculaire de la lumière, ceci témoigne que toute fréquence observée dans le rayonnement émis est associée à « des sauts quantiques », au cours desquels l'énergie des oscillateurs varie d'une quantité bien déterminée. Mais ceci n'impliquait pas encore une quantification de l'énergie, puisque la fréquence classique était encore une variable continue. Le pas supplémentaire a été franchi par Einstein en 1905 : c'est lui qui a supposé le premier que le champ électromagnétique était quantifié et il a considérablement clarifié les calculs de Planck.

VI-Conclusion

En 1900 la réception de la découverte de Planck par la communauté scientifique fut assez froide. Mis à part l'accord parfait avec les données expérimentales, son interprétation en termes de paquet d'énergie demeurait obscure pour beaucoup de physiciens (dont Planck !). La physique du corps noir restait donc en marge des autres grands centres d'intérêt de la physique de cette époque, la radioactivité, les rayons X, ou l'effet photoélectrique.

5 Pour $x < 1$; $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \sum x^n$ (Équation 32).

330 Quelques années plus tard, d'autres grands noms de la physique tels Einstein, Lorentz, ou Poincaré, apportèrent des preuves irréfutables à l'hypothèse de la quantification. Planck s'est alors retrouvé dans une situation ambiguë puisqu'il persista à vouloir trouver une place à sa constante h dans le cadre de la mécanique classique.

335 Toutefois son succès fut alors unanimement reconnu et il commença une prestigieuse carrière académique. Secrétaire perpétuel du comité de physique de l'académie de Prusse en 1912, il reçoit le prix Nobel de physique en 1919. La médaille Max Planck de physique, tout juste fondée, lui est attribuée conjointement avec Einstein en 1929. En 1930, il devient président de la société Kaiser-Wilhelm⁶. Il rédige pendant ce temps des traités de physique théorique, ainsi que des ouvrages de vulgarisation dont la clarté reste un modèle. Son
340 nationalisme le conduit à partir de 1933 à faire le choix d'un compagnonnage douteux avec le nazisme, qu'il commencera à regretter à partir de 1938. Max Planck meurt le 4 octobre 1947 à Göttingen.

La question de savoir si Planck peut vraiment être considéré comme le fondateur de la théorie quantique, a été soulevée récemment par des études historiographiques (T. Kuhn en
345 1978, puis d'O. Darrigol en 1992). On considère habituellement que, pour obtenir sa loi du rayonnement du corps noir de 1900, Planck a introduit l'hypothèse selon laquelle l'énergie des résonateurs est restreinte à des multiples entiers du quantum d'énergie $h\nu$. Einstein n'aurait fait ensuite que transposer cette restriction au rayonnement électromagnétique lui-même.

La véritable «découverte» de Planck n'est par conséquent pas celle de la quantification de
350 l'énergie, mais celle de la constante universelle qui porte son nom. Ce sont les travaux d'autres chercheurs, entre 1905 et 1927, qui permettront de clarifier la signification de cette constante. En 1927, les relations d'«incertitude» de Heisenberg feront apparaître la constante de Planck comme l'expression quantitative d'une limite fondamentale imposée à la détermination des couples de variables qui définissent l'état d'un système en physique classique (couple
355 [position,vitesse] ou [intervalle de temps, énergie]).

Etant entendu que l'interprétation de Planck de son propre travail diffère des interprétations ultérieures, peut-on encore considérer le 14 décembre comme la date anniversaire de la théorie quantique ? La construction de la théorie quantique moderne fut un

6 La Max Planck Gesellschaft (Société) a été fondée en 1948. Elle a succédé au Wilhem Kaiser Gesellschaft. C'est une association déclarée autonome à but scientifique qui comporte 80 instituts Max Planck en Allemagne opérant dans de nombreux domaines, dont évidemment la physique

360 long processus impliquant nombre de physiciens et d'institutions. Il semble légitime, cependant, d'attribuer à Planck le crédit d'une impulsion initiale décisive. Il a introduit la constante h caractéristique des phénomènes quantiques. Bien qu'au travers d'une étape formelle, il a associé des éléments d'énergie finie $h\nu$ aux oscillateurs harmoniques de fréquence ν .

365 Max Von Laue écrit : « C'est Planck, et nul autre, qui a osé faire le premier pas en introduisant une nouvelle constante universelle. Le courage génial qu'il a manifesté sera encore pour les siècles à venir un exemple exaltant aux yeux des hommes de sciences »

370 Dans un article de juin 1929 intitulé : « *le quantum d'action et la description des phénomènes* », Niels Bohr insista sur le poids de la découverte de Planck : « Il est sans doute dans l'histoire des sciences peu d'événements qui, dans le court espace d'une génération, aient eu des conséquences aussi importantes que la découverte de Planck, la découverte du quantum élémentaire d'action h ». Ces conséquences impliquent la reformulation de théories non newtoniennes pour définir le monde atomique (la mécanique quantique), ou la constante h joue un rôle fondamental.

VII- Annexe 1 : Interprétation statistique de l'entropie

375 Un gaz est constitué d'un très grand nombre de molécules en mouvement, chacune d'entre elles possédant une énergie cinétique et une impulsion donnée à un temps donné. A un état microscopique donné, c'est à dire l'ensemble des impulsions et énergies de toutes les molécules du gaz, il correspond un état macroscopique donné, i.e. un état pour lequel on peut définir et mesurer des grandeurs classiques ordinaires (telles que température, pression, 380 énergie volumique...). En fait, il existe plusieurs configurations possibles des états microscopiques qui donnent le même état macroscopique (on peut voir cela comme le nombre d'arrangement possibles des molécules donnant la même énergie interne). Le nombre de ces configurations est appelé la multiplicité de l'état considéré, notée Ω ; il est souvent calculé par analyse combinatoire. On peut définir l'entropie d'un système en fonction de la multiplicité de 385 son état thermodynamique. Cette multiplicité est le nombre d'états microscopiques, correspondant à un état macroscopique donné. Ainsi, d'après les travaux de Boltzmann, l'entropie d'un système s'écrit $S = k_B \ln \Omega$ (avec $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$, constante de Boltzmann). A l'équilibre, on trouve le système dans l'état de multiplicité maximum. Hors équilibre, la multiplicité tend à augmenter, c'est une autre façon de présenter la seconde loi de la 390 thermodynamique.

VIII- Annexe 2 : La vie de M. Planck et les contextes historique et scientifique

<ul style="list-style-type: none"> - M. Planck naît le 23/04/1858 à Kiel - 1867, lycée à Munich (il déclare «j'aurais pu devenir philologue ou musicien ») -1874, Université de Munich -1878, Université de Berlin, sous la direction de Helmholtz et Kirchhoff -1879, thèse sur le deuxième principe de la thermodynamique -1885, professeur à Kiel -1887, mariage avec Marie Merck -1888, premier enfant -1889, professeur à Berlin, en remplacement de Kirchhoff -1892, attribution d'une chaire -1909, mort de Marie Planck -1911, remariage avec Marga von Hoesslin - 1912, naissance de Hermann -1916, mort de son fils Karl à Verdun -1917, mort de Grete, l'une des filles jumelles de Planck -1919, mort de la sœur jumelle de Grete -1919, prix Nobel de physique -1930, Planck nommé président du <i>Kaiser Wilhem Institute</i> -1938, Planck démissionne de ses fonctions à l'académie de Prusse sous la pression nazie - 1944 , arrestation de son fils Erwin Planck (en 1933, Erwin Planck avait démissionné de son poste à la chancellerie du Reich) - 1945 Erwin Planck est exécuté - 4/10/1947, Max Planck s'éteint 	<ul style="list-style-type: none"> - 19 octobre 1900, présentation et confirmation expérimentale - 14 décembre 1900, la loi du corps noir et les quanta d'énergie - 1905, l'année Einstein ... publication de l'article sur les quanta de lumière - 1913, l'atome de Bohr - 1921, expérience de Stern et Gerlach et quantification spatiale - 1923, effet Compton - 1924, statistique de Bose-Einstein - 1924, thèse de Louis de Broglie - 1925, principe d'exclusion de Pauli - 1925, mécanique des matrices de Heisenberg - 1925, Dirac et les « q-nombres » - 1925, le spin de Uhlenbeck et Goudsmit - 1926, équation de Schrödinger - 1926, interprétation probabiliste de Born - 1926, introduction du terme de photon (Lewis) - 1926, statistique de Fermi-Dirac - 1927, principe d'incertitude de Heisenberg - 1927, théorie de la transformation canonique de Dirac - 1927, Planck participe à la conférence de Côme - 1927, Planck participe au 5ème conseil Solvay - 1928, équation de Dirac 	<ul style="list-style-type: none"> - 2 août 1914, déclaration de guerre - 1932, Einstein quitte l'Allemagne pour les USA - 1933, Hitler au pouvoir - 1935, lois antisémites de Nuremberg - 1936, attaques des antisémites Stark et Lenard - 1939, début de la seconde guerre mondiale - 20 juillet 1944 : attentat manqué contre Hitler
---	---	--

IX- Annexe 3 : Le rayonnement thermique en physique moderne

La loi de densité d'énergie du rayonnement d'un corps noir peut s'écrire en fréquence $u(\nu, T)$, où

395 en longueur d'onde $u(\lambda, T)$, avec $\nu = c / \lambda$.

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left(\frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \right), \text{ ou } u(\lambda, T) = \frac{8\pi h c}{\lambda^5} \left(\frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1} \right) \quad (\text{Équations 33}).$$

La densité d'énergie $u(\nu, T)$ s'exprime en J.s/m^3 , tandis que la densité d'énergie $u(\lambda, T)$ s'exprime en J/m^4 . Dans les deux cas, on vérifie que $u(\nu, T)d\nu$ et $u(\lambda, T)d\lambda$ s'expriment bien en J/m^3 . On définit l'émittance produite quant les photons s'échappent du corps noir par

400 l'ouverture destinée à la mesure : $K(\nu, T) = (c/4)u(\nu, T)$. L'émittance $K(\nu, T)$ s'exprime en Watt/Hz/m². On a donc :

$$K(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \left(\frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \right), \quad (\text{Équation 34, voir Figure 7}).$$

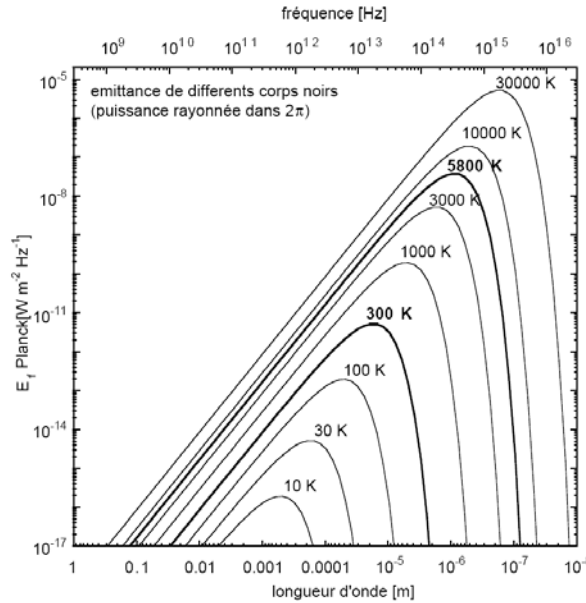


Figure 7: Les émittances d'un corps noir en fonction de la fréquence, pour des températures de 10 à 30000 K.

405 L'intensité d'un corps noir à température T, intégrée sur toutes les fréquences est donc :

$$K(T) = \int_0^\infty K(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi^5 k_B^4 T^4}{15c^2 h^3} = \sigma T^4 \quad (\text{Équation 35}),$$

ou $\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8}$ Watts m⁻²K⁻⁴ est la constante de Stefan discutée précédemment.

On peut maintenant rechercher la longueur d'onde correspondant au maximum d'émittance : $dK(\lambda, T)/d\lambda = 0$, et on retrouve la loi de déplacement de Wien : $\lambda_{\max} T = 2,898 \cdot 10^{-3}$ m.K (Équation 36).

410

En considérant de la formule de Planck à basse fréquence ou haute température, c'est à dire

$$h\nu/k_B T \rightarrow 0 : \lim_{\nu \rightarrow 0} u(\nu, T) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \left(1 + \frac{h\nu}{k_B T} + \frac{1}{2} \left(\frac{h\nu}{k_B T} \right)^2 + \dots - 1 \right)^{-1} = \frac{8\pi k_B T \nu^2}{c^3}$$

(Équation 37), qui n'est autre que la formule classique.

X- Annexe 4 : Le rayonnement cosmologique

415

Selon la théorie du Big-bang, elle-même issue des équations de la théorie de la gravitation d'Einstein, l'Univers était à l'origine dans un état de température et de densité si élevées que le rayonnement était hautement prépondérant sur la matière. Celle-ci n'a pu se former que par la suite, lorsque la température fut devenue suffisamment basse (si l'on peut dire !), de l'ordre de milliard de degrés. Puis a débuté une phase au cours de laquelle les échanges ont contribué à

420 maintenir un équilibre entre l'une et l'autre forme d'énergie. Enfin, au bout de quelques centaines
de milliers d'années, se produisit un événement qui explique la présence actuelle d'un
rayonnement diffus : le milieu universel ne cessant sous l'effet de l'expansion de se diluer dans un
volume de plus en plus vaste se trouva s'éclaircir assez brutalement en libérant d'un seul coup la
lumière que la matière retenait prisonnière. Alors qu'auparavant la densité de matière était si forte
425 que les photons, sans cesse absorbés dès qu'ils étaient émis, n'avaient pas pu nous parvenir, au
contraire, une fois établie la transparence du monde à l'échelle universelle, la lumière se propagea
librement sans rencontrer d'obstacle. Lors du découplage entre matière et rayonnement qui donna
lieu à cet éclaircissement de l'Univers, la température commune de ces deux constituants était
d'environ 4500 K.

430 C'est dans ces conditions que fut émis le rayonnement que nous pouvons qualifier de
« primordial » et qui, depuis quelque douze milliards d'années, poursuit sa route à travers le
monde. Nous recevons aujourd'hui ceux de ses photons que la Terre intercepte. Seulement le
rayonnement a changé d'aspect. L'univers est en expansion. La longueur d'onde d'un rayonnement
suit fidèlement l'étirement de l'espace. Par conséquent, les différentes radiations constituant la
435 lumière fossile ont vu leur longueur d'onde augmenter en accompagnant l'espace dans son
expansion. Plus précisément l'Univers aurait grossi dans ses dimensions linéaires d'un facteur
1500 environ entre l'époque où le rayonnement a été émis et celle où nous le recevons. Les
longueurs d'onde sont donc toutes 1500 fois plus grandes qu'à l'origine : au départ exprimé en
fractions de microns elles appartiennent aujourd'hui au domaine millimétrique. Corrélativement -
440 car qui dit longueur d'onde plus grande dit énergie plus petite et donc aussi température plus
petite, dans la même proportion - le rayonnement observé correspond de nos jours à une
température de 2,7 degrés Kelvin. Vieux de douze milliards d'années puisque s'étant propagé
pendant ce laps de temps mais aussi étonnamment jeune puisque témoin de phases fort précoces
de l'histoire du monde, ce rayonnement fossile diffus constitue l'une des preuves éclatantes de la
445 justesse de l'idée connue sous le nom de « Big Bang » selon laquelle notre monde est né dans un
état de compression extrême pour entamer une prodigieuse expansion.

Pour l'avoir découvert en 1963, de façon fortuite d'ailleurs, Penzias et Wilson reçurent le prix
Nobel. Ils projetaient d'utiliser pour des observations de radioastronomie une antenne chargée à
l'origine de capter les signaux de satellites. L'instrument avait été conçu selon des caractéristiques
450 spéciales qui le rendaient particulièrement apte à observer de très faibles émissions radio à des
longueurs d'onde relativement peu courantes, de l'ordre de quelques centimètres, alors que les
grands radiotélescopes classiques étaient prévus pour observer des longueurs d'onde plus grandes.
Procédant au réglage et au calibrage de leur instrument ils s'aperçurent de la présence d'un bruit
de fond radio parasite dont ils ne parvenaient pas à se débarrasser. Bien leur a pris de s'acharner

455 sur la difficulté et de faire confiance à leur savoir-faire technique. Bien leur a pris aussi de faire
part de leur problème à d'autres chercheurs qui, pour les raisons théoriques exposées ci-dessus,
pouvaient s'attendre plus ou moins à l'existence d'une telle émission dans cette région de longueur
d'onde. S'il pouvait subsister quelques doutes dans l'identification du rayonnement à l'époque
même où il fut découvert, ceux-ci sont dorénavant complètement levés. Étant donné l'importance
460 de l'étude du fond diffus cosmologique, un satellite, COBE, lui a été entièrement consacré à la fin
des années 80.

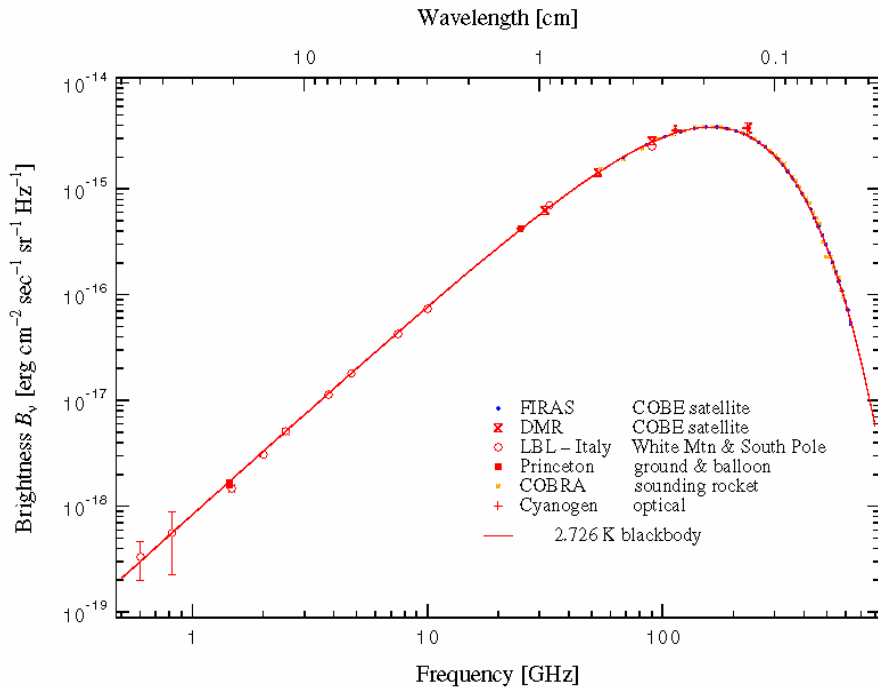


Figure 8: Courbe d'émission théorique du corps noir et point expérimentaux correspondant à « un objet » en équilibre thermique à 2.726. Les valeurs mesurées par COBE sont représentées (1 erg=10⁻⁷ Joule).

465 Le rayonnement cosmique fossile possède une caractéristique tout à fait exceptionnelle qui est
l'extrême degré de précision avec laquelle la répartition de son intensité lumineuse en fonction de
la couleur suit la loi théorique connue sous le nom de loi du « corps noir ». C'est même le seul
rayonnement de corps noir 'parfait' qu'on trouve dans la nature. Le caractère de corps noir du
rayonnement cosmologique montre que les conditions nécessaires à la réalisation de cet équilibre
470 thermodynamique régnaient dans la mixture cosmique d'où provient ce rayonnement, à la manière
décrite plus haut. Dans un état d'équilibre thermodynamique, le rayonnement est entièrement
défini par un seul paramètre, à savoir sa température (qui se trouve alors justement la même que
celle de la matière), ici de 2,7 degrés. Le satellite COBE en a mesuré le spectre avec une précision
remarquable et trouvé un parfait corps noir, dont la température de 2.728 K est la même dans
475 toutes les directions à quelques μK près (voir Figure 8). En fait c'est ce rayonnement qui nous
apporte la meilleure indication que l'univers (visible) est isotrope (au premier ordre ... mais ceci
est une autre histoire).

480

485

490

495

500

505

510

Fiche d'aide aux examinateurs

Sujet : Max Planck, père de la mécanique quantique ?

515

Le sujet raconte les faits expérimentaux concernant l'émission de lumière des corps chauffés, ainsi que les efforts théoriques qui ont aboutis à la notion de corps noir au début du XX^e siècle. La notion de corps noir et de quantification de l'énergie a permis d'initier la transition entre la physique classique et la mécanique quantique.

520

Le rayonnement thermique et les lois de Planck, Wien, et Stefan sont au programme de MP (sans entrer dans les démonstrations). L'approche statistique de la thermodynamique (de l'entropie) n'est pas connue des candidats, mais elle est volontairement effleurée dans le sujet (toutes les notions nouvelles sont définies de façon simple). Il serait donc raisonnable de ne pas trop ennuyer les candidats avec des questions précises à ce sujet.

525

Il est suggéré au candidat de présenter la découverte de la formule du rayonnement thermique du corps noir par Max Planck. Deux étapes sont importantes :

- L'approche de Planck par la thermodynamique classique et une interpolation par tâtonnement qui lui permet de déterminer la forme de la formule du rayonnement de corps noir.
- La tentative de justification dans les deux mois qui suivirent et l'introduction des quantas d'énergie et de la constante de Planck.

530

Assez ironiquement cette découverte qui révolutionna la physique fut le fruit d'une procédure mathématique non justifiée par quelconque processus physique !

Il est important de bien discerner et comprendre les deux cas limites de Rayleigh-Jeans et de Wien.

535

Enfin, l'interprétation de Planck peut être résumée dans le tableau :

	Nombre de mode par unité de volume	Probabilité d'excitation d'un mode	Energie moyenne par mode
Classique	$\frac{8\pi h \nu^2}{c^3}$	Identiques pour tous les modes	$k_B T$
Quantique	$\frac{8\pi h \nu^2}{c^3}$	Besoin de $h \nu$ pour exciter un mode, les modes à hautes fréquences sont donc moins probables	$\frac{k_B T}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$

Question 1 : Résumer les connaissances sur le rayonnement de corps noir avant la loi de Planck ?

Et commentez la Figure 4.

540

Réponse 1:

- Bonne connaissance expérimentale du rayonnement du corps noir (Rubens, Kurlbaum)

- Interprétation théorique des phénomènes aux fréquences élevées (loi de Wien)
- Interprétation théorique des phénomènes aux faibles fréquences (loi de Rayleigh Jeans)
- Comportement du corps noir aux fréquences intermédiaires rebelle à toute interprétation.

545

Question 2 (*): Quel est le corps noir le plus chaud, un rouge ou un bleu ?

Réponse 2 : un bleu, loi de Wien $\lambda_{\max} T \sim 3000 \mu\text{m.K}$: $T_{\text{rouge}} \sim 3000/0.75 = 4000 \text{ K}$ et $T_{\text{bleu}} \sim 3000/0.4 = 7500 \text{ K}$.

550 **Question 3 (*)**: Le soleil est souvent assimilé à un corps noir à 6000K. Quel est la longueur d'onde de son maximum d'émission ? L'œil a une sensibilité maximum dans le visible, commentez ?

Réponse 3 : Application de la loi de Wien. Son maximum d'émission survient donc pour $\lambda_m = 0.48 \mu\text{m}$, c'est à dire dans le visible (le jaune), soit au maximum de sensibilité de l'œil humain.

555

Question 4 (*): Voici une application un peu fantaisiste de la loi de Stefan. Pour faire refroidir une tasse de thé brûlante, vaut-il mieux ajouter du lait et attendre un moment ou attendre un moment puis ajouter du lait ? (on ne considérera ni conduction, ni convection)

560 **Réponse 4** : La loi de Stefan indique qu'il vaut mieux attendre puis ajouter le lait au moment de boire, car le thé, resté plus chaud plus longtemps, aura rayonné plus d'énergie et sera donc finalement moins chaud que si l'on avait ajouté le lait tout de suite.

Question 5 ()**: Supposons que la constante de Planck soit nulle, quelle serait la conséquence de s'asseoir devant un feu de cheminée ?

565 **Réponse 5** : $h=0 \rightarrow$ physique classique \rightarrow catastrophe ultraviolette \rightarrow nous brûlerions !

Question 6 ()**: Comment passe t'on de la formule de Planck donnant la densité d'énergie exprimée en fréquence, à celle exprimée en longueur d'onde (équations 33) ?

Réponse 6 : On a $u(\nu, T) d\nu = u(\lambda, T) d\lambda$, $\nu = c/\lambda$, et $d\nu = -cd\lambda/\lambda^2$.

570

Question 7 ()**:

i) Le rayonnement thermique fossile de l'Univers a été émis à environ 4500K ($t_0=300000$ ans) et sa température est désormais proche de 3K ($t_1=15$ milliards d'années) ? Dans quel domaine spectral se trouve λ_{\max} dans les deux cas.

575 ii) Connaissant les températures à l'émission et à présent, ainsi que le facteur de dilatation, y a-t'il une relation simple entre le facteur d'expansion de l'Univers et la diminution de sa température

Réponse 7 :

i) Application de la loi de Wien $\lambda_{\max} T \sim 3000 \mu\text{m.K}$: $\lambda_0 \sim 3000/4500 = 0.67 \mu\text{m}$ (visible) et
580 $\lambda_0 \sim 3000/3 = 1 \text{ mm}$ (ondes radios millimétriques).

ii) t_0 : Facteur expansion $R=1$, $T=4500 \text{ K}$ et t_1 : Facteur expansion $R=1500 \text{ K}$, $T=3 \text{ K}$. On a donc (facteur d'expansion) \times (température) \sim constante.

Question 8 (*)**: Un peu de gymnastique ! Retrouvez l'équation donnant $u(T) = \sigma T^4$ (Équation

585 3) à partir de $dS = \frac{V}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) dT + \frac{4u}{3T} dV$ (Équation 2).

Réponse 8 : dS est une différentielle totale exacte, il faut donc résoudre $\frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{V}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right) \right) = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{4u}{3T} \right)$ sans se tromper dans la dérivation. L'énergie interne ne dépend que de la température, et il ne faut pas oublier de dériver u et $1/T$ par rapport à T .

Question 9 (*): Commentez la figure 1. Faire retrouver les correspondances entre la fréquence, la
590 longueur d'onde, et l'énergie en électron-volt (eV). Rapprochez la longueur d'onde de la taille d'objets connus.

Réponse 9 : $E=h\nu$, $\lambda=c/\nu$ (question très facile, pour les candidats en difficulté)

Question 10 (*)**: Commentez les maximums des courbes de la figure 7. Retrouver la loi de
595 déplacement de Wien. Pourquoi trouve-t-on $\lambda_{\max} T = 5.098 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$, différent de l'Équation 36.

Réponse 10 : Sur la Figure 7, pour $T=30\,000 \text{ K}$ par exemple, on lit $\lambda_{\max} \sim 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, soit le produit $\lambda_{\max} T \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$ différent de l'Équation 36. Cette différence vient de ce que les maxima des courbes sont décalés selon qu'on prend le couple fréquence/température, ou longueur d'onde/température. Dans le cas de la figure 7, on travaille 'en fréquence', et dans ce cas la loi
600 s'écrit $\nu_{\max}/T = 5.879 \cdot 10^{10} \text{ Hz/K}$. Quand on convertit ce résultat lu sur la courbe en fréquence pour l'exprimer en longueur d'onde on obtient bien : $\lambda_{\max} T = 5.098 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$.

Question 11 ()**: D'après l'Équation 35, retrouvez l'ordre de grandeur de la constante de

Stefan ? **Réponse 11:** $\sigma_B = (2\pi^5 k_B^4) / (15c^2 h^3) = (2.3^5 \cdot 10^{-92}) / (15.3^2 \cdot 6^3 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-102}) = 2.10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

605