

**ÉPREUVE COMMUNE DE TIPE 2014 - Partie D**

**TITRE : LES MÉTAMATÉRIAUX EN OPTIQUE, ACOUSTIQUE ET MÉCANIQUE**

5

Temps de préparation : .....2 h 15 minutes  
Temps de présentation devant les examinateurs : .....10 minutes  
Dialogue avec les examinateurs : .....10 minutes

10

**GUIDE POUR LE CANDIDAT :**

Le dossier ci-joint comporte au total : 12 pages

Guide candidat : 1 page

15

Document principal : 11 pages

Travail **suggéré** au candidat :

20

A partir du dossier, faire une présentation synthétique des concepts proposés et des applications associées. On s'efforcera de mettre en évidence les concepts principaux, les liens entre les différents domaines de la physique présentés, et de tirer un bilan sur les limites de ces méta-matériaux.

25

**CONSEILS GÉNÉRAUX POUR LA PRÉPARATION DE L'ÉPREUVE :**

\* Lisez le dossier en entier dans un temps raisonnable.

\* Réservez du temps pour préparer l'exposé devant les examinateurs.

30

- Vous pouvez écrire sur le présent dossier, le surligner, le découper ... mais tout sera à remettre aux examinateurs en fin d'oral.
- En fin de préparation, rassemblez et ordonnez soigneusement TOUS les documents (transparents, *etc.*) dont vous comptez vous servir pendant l'oral, ainsi que le dossier, les transparents et les brouillons utilisés pendant la préparation. En entrant dans la

35

salle d'oral, vous devez être prêt à débiter votre exposé.

**Il est interdit de sortir le sujet du site de l'épreuve**

40

**A l'issue de l'épreuve, vous devez remettre au jury le dossier scientifique.**

**Tout ce que vous aurez présenté au jury pourra être retenu en vue de sa destruction.**

## 45 A. INTRODUCTION

On appelle « méta-matériau » un matériau artificiel structuré qui présente des propriétés particulières vis-à-vis de la propagation des ondes électromagnétiques ou des propriétés mécaniques non intuitives. Ces matériaux ont vu leur développement intervenir à partir des années 1980 et sont actuellement des sujets d'étude en plein développement. Suite à la démonstration de Veselago en 1968 qu'un indice de réfraction optique peut être négatif, un nouveau domaine s'est ouvert pour la propagation des ondes, électromagnétiques et acoustiques. Pour atteindre ces propriétés « non conventionnelles », et obtenir des applications innovantes, on propose des nouveaux matériaux à partir d'un assemblage de matériaux conventionnels. Ce document présente trois domaines d'application : l'optique (plus généralement l'électromagnétisme), l'acoustique et la mécanique.

## B. LES MÉTA-MATÉRIAUX À INDICE DE RÉFRACTION NÉGATIF

Dans le cadre des équations de Maxwell, la réponse électromagnétique d'un matériau est décrite par deux paramètres complexes qui dépendent de la fréquence (ou de la pulsation  $\omega$ ) de l'onde électromagnétique incidente. Le premier de ces paramètres, la permittivité électrique  $\varepsilon(\omega)$ , décrit la réponse électrique du matériau soumis au champ électrique  $\vec{E}$  du rayonnement. Le deuxième, la perméabilité magnétique  $\mu(\omega)$ , décrit la réponse magnétique du matériau soumis au champ magnétique  $\vec{B}$  du rayonnement. Ces quantités sont en général complexes :

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega) &= \varepsilon_0[\varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)], \\ \mu(\omega) &= \mu_0[\mu'(\omega) + i\mu''(\omega)].\end{aligned}$$

La permittivité est définie par rapport à la permittivité électrique du vide  $\varepsilon_0 = 1/(36\pi \cdot 10^9)$  S.I. et la perméabilité par rapport à la perméabilité magnétique du vide  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  S.I. Toutes les propriétés électromagnétiques (donc les propriétés optiques au sens de l'optique géométrique) peuvent être déduites de  $\varepsilon$  et de  $\mu$ . En particulier l'indice de réfraction  $n$  est calculé par la relation

$$n^2 = [\varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega)][\mu'(\omega) + i\mu''(\omega)]$$

À l'indice de réfraction est associée la vitesse de propagation  $v = c/n$  de l'onde électromagnétique dans le matériau. De plus cet indice de réfraction permet de calculer la

déviations d'un rayon lors de la traversée d'une interface entre deux milieux d'indices différents  $n_1$  et  $n_2$ . La loi de Snell-Descartes

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

montre la variation d'angle par rapport à la normale à l'interface en fonction des deux indices des milieux.

80

La partie réelle de l'indice de réfraction est en général positive car souvent  $\varepsilon(\omega) > 0$  et  $\mu(\omega) > 0$ . Mais il a été montré théoriquement par Veselago que si dans un matériau  $\varepsilon(\omega) < 0$  et  $\mu(\omega) < 0$ , alors l'indice de réfraction peut être négatif sans briser le principe de causalité (ce principe énonce que si un phénomène, nommé *cause*, produit un autre

85

phénomène, nommé *effet*, alors l'effet ne peut précéder la cause). On parle alors de matériau « main gauche » car le trièdre formé par le champ électrique, le vecteur d'onde  $\vec{k}$  et le champ magnétique est indirect. Avec un matériau « main gauche », les propriétés liées à la géométrie des lentilles classiques sont inversées. Une lentille avec une surface convexe a un effet divergent alors qu'une lentille à surface concave est convergente. Dans ce cas, la réfraction

90

lors de la traversée d'une interface voit son angle inversé (figure 1), et la vitesse de phase est alors négative tandis que la vitesse de groupe (qui est la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique) reste positive. Dans un matériau classique (dit matériau « main droite ») les ondes évanescentes ont une décroissance exponentielle avec la distance, mais avec un matériau « main gauche » les ondes évanescentes sont amplifiées. De plus, les détails de la

95

source de rayonnement (l'objet) inférieurs à la longueur d'onde sont transportés, ce qui peut mener à une résolution sub-longueur d'onde de l'image à travers la lentille à indice de réfraction négatif.

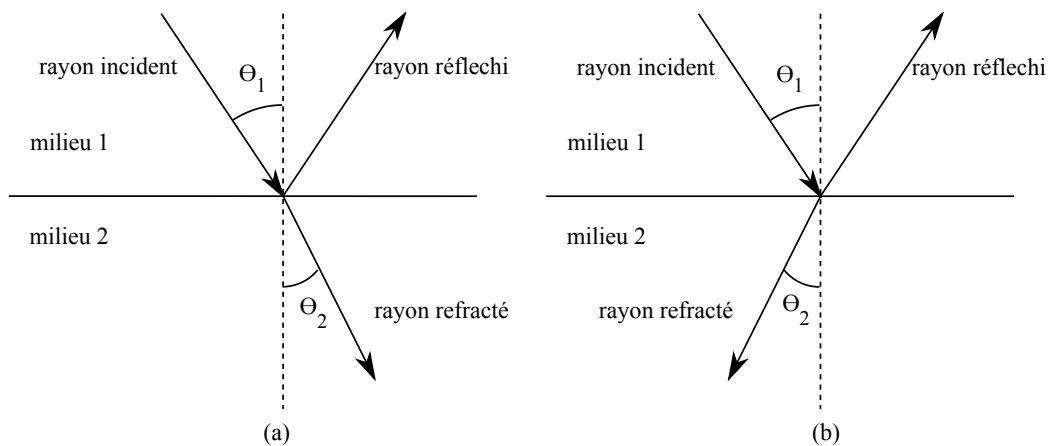


Figure 1 : (a) réfraction dans un milieu d'indice positif  $n_2 > n_1$  ; (b) réfraction dans un matériau à indice négatif

100

Ce n'est qu'en 2000 qu'un premier méta-matériau a été développé par Pendry pour montrer cette propriété ; aucun matériau naturel ne présente simultanément une permittivité et une perméabilité négative.

Une permittivité électrique négative est bien connue dans les plasmas (un plasma est un gaz de particules chargées, ions et électrons). De la même façon, les électrons libres d'un métal conducteur se comportent comme les ions d'un plasma. Dans ces milieux, la permittivité électrique suit la loi de Drude, avec

$$\varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\omega_c)}$$

où  $\omega_p$  est la pulsation plasma et  $\omega_c$  la pulsation de collision. Pour l'or, ces valeurs sont très élevées :  $\omega_p = 1,4 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}$  et  $\omega_c = 6,4 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$ . Pour des fréquences de rayonnement électromagnétique largement inférieures à ces valeurs, la partie réelle est bien négative, mais la partie imaginaire est très grande, ce qui relève d'un régime de pertes très importantes empêchant la propagation de l'onde électromagnétique. Comme la pulsation plasma est liée à

la densité  $N$  des charges électriques libres ( $\omega_p = \sqrt{Nq^2/m\varepsilon_0}$  avec  $q$  la charge électrique,  $m$  la masse), l'idée est de diminuer la pulsation plasma en « diluant » les charges libres. Plutôt qu'un matériau massif, Pendry a eu l'idée d'utiliser un réseau de fils métalliques qui constitue donc un méta-matériau (figure 2) qui suit toujours la loi de Drude, mais avec une pulsation plasma liée aux propriétés géométriques du réseau, une bande spectrale de fonctionnement assez large avec un niveau de pertes relativement faible.

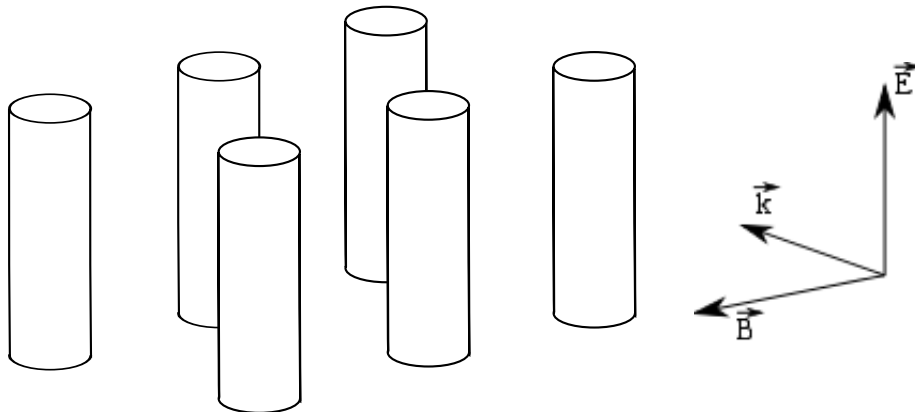


Figure 2 : réseau de fils conducteurs orientés dans la direction du champ électrique  $\vec{E}$ .

Une perméabilité relative négative peut se trouver pour certains alliages, mais la faible disponibilité de ces matériaux rend les applications difficiles. Pour pallier ce problème, l'idée

de Pendry est d'utiliser des boucles métalliques qui créent du magnétisme artificiel. Ces boucles ont la forme d'un anneau fendu (Split Ring Resonator, SRR, décrit sur la figure 3) excité par un champ magnétique parallèle à son axe, et au voisinage de la résonance, la perméabilité magnétique de la boucle devient négative. En combinant le réseau de fils avec un réseau de SRR (figure 4), une première démonstration expérimentale d'indice de réfraction négatif a été obtenue en 2001 pour des fréquences de l'ordre du GHz (domaine micro-ondes). Il faut bien entendu s'assurer que les bandes de fréquences pour lesquelles la permittivité relative et la perméabilité relative sont négatives se recouvrent.

130

135

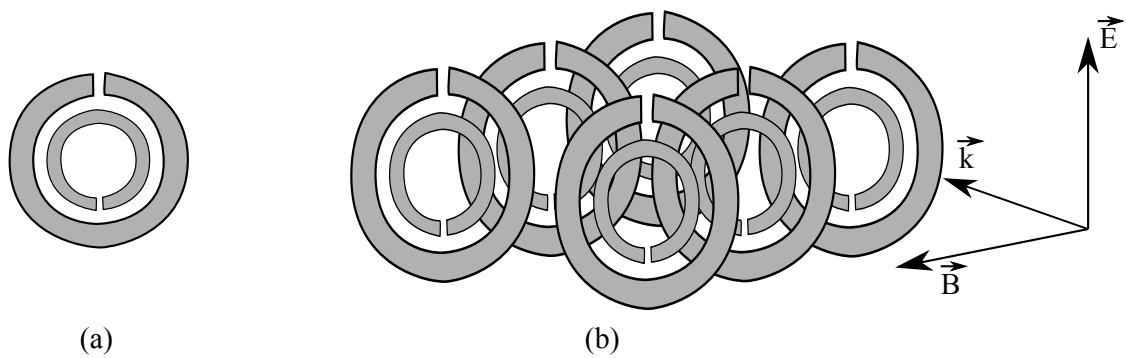
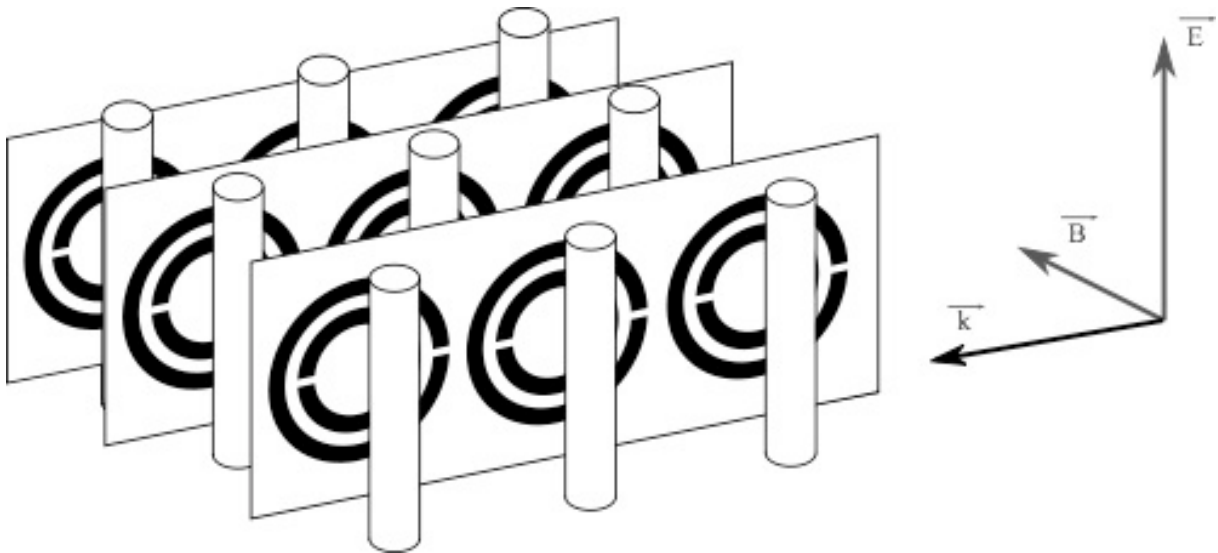


Figure 3 : (a) Principe du résonateur à anneau fendu (split ring resonator SRR) et (b) exemple de réseau périodique de SRR.

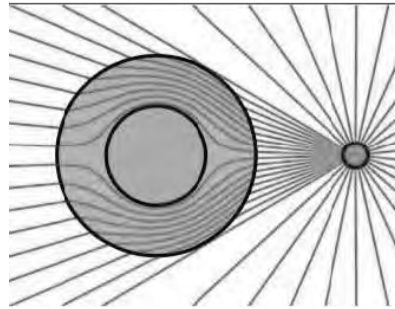


140

Figure 4 : Structure d'un méta-matériau à indice de réfraction négatif.

Les applications envisagées sont nombreuses. Une des plus fascinante est l'invisibilité d'un objet enrobé par un méta-matériau à indice de réfraction négatif. La figure 5 montre un objet enrobé d'un matériau à indice de réfraction négatif et éclairé par une source sphérique. Pour

145 un observateur situé derrière l'objet, les rayons lumineux semblent provenir directement de la source, et l'objet placé en position intermédiaire est invisible. Le premier méta-matériau qui opère dans le domaine du visible est apparu en 2010. Les travaux actuels cherchent à développer ces méta-matériaux et à s'affranchir d'une structure rigide pour les rendre flexibles et ainsi enrober des objets de formes variées.



150 *Figure 5 : principe de l'invisibilité d'un objet entouré d'un matériau à indice de réfraction négatif*

### 155 C. LES MÉTA-MATÉRIAUX ACOUSTIQUES

Une onde acoustique est une onde de compression se propageant dans un milieu matériel (fluide ou solide). Cette onde est décrite sous la forme d'une fonction d'onde de pression  $P(x, t)$  qui suit une équation de d'Alembert de la forme

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0$$

pour une propagation le long de l'axe  $x$ . Le seul paramètre de cette équation est la vitesse de propagation  $v$  reliée à deux paramètres du matériau, la masse volumique  $\rho$  et la compressibilité adiabatique  $\chi$  (mesurée en  $\text{Pa}^{-1}$ ), par l'expression

$$v^2 = \frac{1}{\rho\chi}$$

165 On peut également définir une impédance acoustique (qui est l'analogue à l'indice de réfraction en optique)  $Z = \rho v = \sqrt{\rho/\chi}$ . Comme exemples, on peut citer l'impédance de l'air  $Z_{air} = 400$  (en unités du S.I.) et celle de l'eau  $Z_{eau} = 1,4 \cdot 10^6$  (en unités du S.I.). Si un matériau homogène et isotrope a nécessairement des valeurs positives pour  $\rho$  et  $\chi$ , un matériau structuré avec des propriétés de résonance locale peut montrer des valeurs négatives

170 pour ces paramètres.

En interprétant  $\rho$  non pas comme une masse divisée par un volume (nécessairement positif) mais comme un coefficient de proportionnalité entre la force subie par un système et son accélération (d'après le principe fondamental de la dynamique), on peut chercher à construire un système dont l'accélération s'oppose à la force appliquée. C'est le cas pour des masses imbriquées avec une liaison élastique interne, système décrit dans la figure 6.

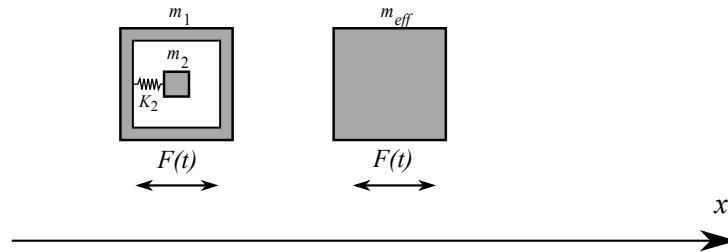


Figure 6 : schéma d'un système à masses imbriquées (a) et d'un système équivalent avec une masse effective unique (b). Les systèmes sont soumis à une force  $F(t) = \hat{F} \cos \omega t$ .

180

À partir des équations de mouvement des 2 masses  $m_1$  et  $m_2$  avec un ressort de raideurs  $K_2$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -K_2(x_2 - x_1)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 = -K_2(x_1 - x_2) + \hat{F} \cos \omega t$$

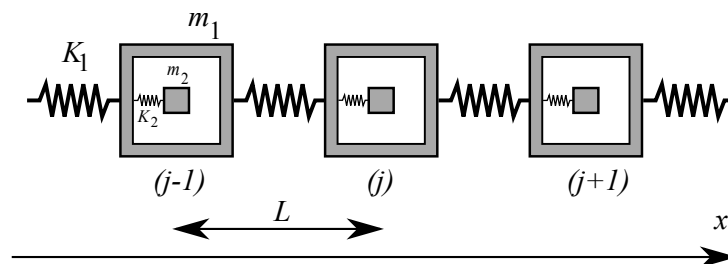
et en choisissant une masse effective  $m_{eff}$  telle que  $m_{eff} \ddot{x}_1 = \hat{F} \cos \omega t$ , on peut déterminer la masse effective

$$m_{eff} = m_1 + \frac{m_2 \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

avec  $\omega_0 = \sqrt{K_2/m_2}$  la pulsation propre de l'oscillateur interne. On peut donc voir qu'à

185

l'approche de la résonance ( $\omega \approx \omega_0$ ) la masse effective devient négative. En assemblant un grand nombre de ces éléments sous la forme d'une chaîne décrite par la figure 7, avec une liaison élastique de raideur  $K_1$  entre chaque élément, on construit un modèle de matériau à une dimension avec une masse linéique  $m_{eff}/L$  qui peut devenir négative au voisinage de la résonance.



190

Figure 7 : chaîne d'oscillateurs à masses imbriquées. Chaque élément est séparé d'une longueur  $L$ .

En effet, la position de chaque masse identifiée par un entier ( $j$ ) est donnée par les deux équations couplées

$$m_1 \frac{d^2 x_1^{(j)}}{dt^2} + K_1 (2x_1^{(j)} - x_1^{(j-1)} - x_1^{(j+1)}) + K_2 (x_1^{(j)} - x_2^{(j)}) = 0$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2^{(j)}}{dt^2} + K_2 (x_2^{(j)} - x_1^{(j)}) = 0$$

195

En choisissant des solutions de la forme

$$x_1^{(j+p)} = A_1 e^{i(kx + pkL - \omega t)} \quad \text{et} \quad x_2^{(j+p)} = A_2 e^{i(kx + pkL - \omega t)}$$

où  $k$  est le nombre d'onde et  $p = \pm 1$ , la relation de dispersion entre  $\omega$  et  $k$  est

$$m_1 m_2 \omega^4 - [(m_1 + m_2)K_2 + 2m_2 K_1 (1 - \cos kL)] \omega^2 + 2K_1 K_2 (1 - \cos kL) = 0$$

En identifiant cette relation avec la relation de dispersion obtenue pour une simple chaîne de

200 masses effectives  $m_{eff}$  reliées par des ressorts de raideur  $K_1$  qui s'écrit

$$m_{eff} \omega^2 = 2K_1 (1 - \cos kL)$$

on obtient une masse effective

$$m_{eff} = m_1 + m_2 + \frac{m_2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

et donc la masse linéique effective  $m_{eff}/L$  peut être négative au voisinage de la résonance  $\omega \approx \omega_0$ .

205 À partir de ce résultat à une dimension, si un matériau est composé d'un grand nombre d'exemplaires de ce système répartis de façon homogène dans un volume avec des liaisons élastiques internes dans les trois directions, on peut donc construire une masse volumique effective  $\rho_{eff}$  négative pour une certaine bande de fréquences proche de la fréquence de résonance des oscillateurs internes.

210

La compressibilité adiabatique  $\chi$  est définie par une relation entre une variation relative de volume  $\Delta V/V_0$  et une variation de pression  $\Delta P$  exercée sur le volume  $V_0$  :  $\chi = -\frac{1}{\Delta P} \frac{\Delta V}{V_0}$ .

Pour la plupart des matériaux, la compressibilité est positive : une augmentation de pression conduit à une diminution du volume. Toutefois il est possible d'obtenir une compressibilité

215 négative si le système est précontraint, c'est-à-dire s'il se comporte comme un réservoir d'énergie, généralement de l'énergie élastique stockée sous différentes formes (contrainte



uniaxiale, courbures des surfaces et interfaces par exemples). On notera  $\chi_{eff}$  cette compressibilité. Cette propriété est rare, mais a été observée pour le dicyanoaurate de zinc, un cristal qui s'étend dans une direction alors qu'il est soumis à une pression uniforme (la pression hydrostatique). De plus son expansion est d'un ordre de grandeur plus grand que la contraction normalement observée pour un matériau classique.

Afin de transposer les propriétés étonnantes d'un matériau à indice de réfraction négatif au domaine de l'acoustique et des vibrations mécaniques, la recherche de méta-matériaux qui montrent simultanément  $\rho_{eff} < 0$  et  $\chi_{eff} < 0$  est en plein développement. Les applications envisagées sont l'imagerie acoustique pour utiliser des propriétés de focalisation particulières, et surtout l'isolation acoustique pour des fréquences sonores basses en général difficiles à atténuer.

## 230 D. MÉCANIQUE

Le comportement mécanique d'un matériau est généralement décrit par une loi de comportement qui relie la déformation du matériau aux forces qu'on lui applique. Afin de pouvoir facilement comparer des matériaux différents ou des échantillons de tailles différentes, on utilise comme paramètres la déformation relative (par exemple  $\epsilon = \Delta L/L$  est la déformation relative d'un échantillon de longueur  $L$ ) et la contrainte, qui est le rapport entre une force  $F$  et la surface  $S$  sur laquelle s'applique cette force :

$$\sigma = \frac{F}{S}.$$

La contrainte se mesure en pascals, tandis que la déformation relative n'a pas d'unité. La loi de comportement  $\sigma(\epsilon)$  dépend du matériau considéré, et peut décrire plusieurs types de comportements. L'exemple le plus simple est un comportement purement élastique, avec une simple relation de proportionnalité  $\sigma = Y\epsilon$  où  $Y$  est le module élastique (aussi appelé module d'Young) du matériau. Le module d'Young peut varier de plusieurs ordres de grandeur, il vaut environ 0,01 GPa pour un caoutchouc, et 200 GPa pour de l'acier. Avec cette loi de comportement standard, un échantillon parallélépipédique soumis à un effort de traction voit sa longueur s'allonger dans la direction de la traction, et par principe de conservation, il subit une contraction dans les deux directions perpendiculaires à l'effort. Le coefficient de Poisson est le nombre sans dimension qui quantifie la variation relative de taille d'un échantillon dans

la ou les directions perpendiculaires à la direction de l'effort (traction ou compression). Pour les matériaux courants, le coefficient de Poisson  $\nu$  est en général compris entre 0,2 et 0,5.

250 Toutefois, la théorie admet que des matériaux stables peuvent avoir un coefficient de Poisson tel que  $-1 < \nu < 0,5$ . Une valeur négative signifie que le matériau peut montrer un comportement inverse à celui attendu, avec une expansion au lieu d'une contraction (figure 8). Ce comportement est celui recherché pour obtenir une compressibilité effective négative ( $\chi_{eff} < 0$ ) utile pour les applications acoustiques.

255

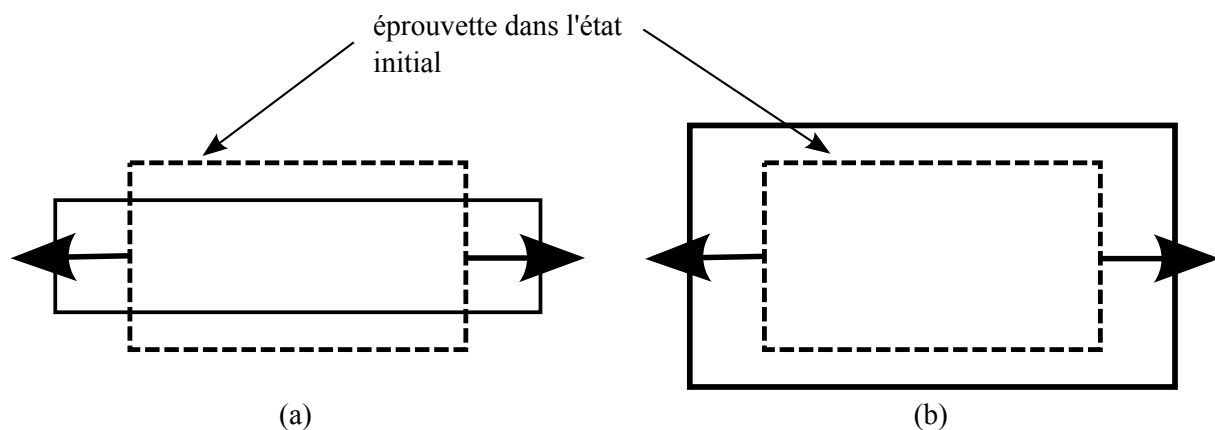


Figure 8 : Effet d'un effort de traction : (a) Matériau conventionnel à coefficient de Poisson positif ; (b) matériau à coefficient de Poisson négatif.

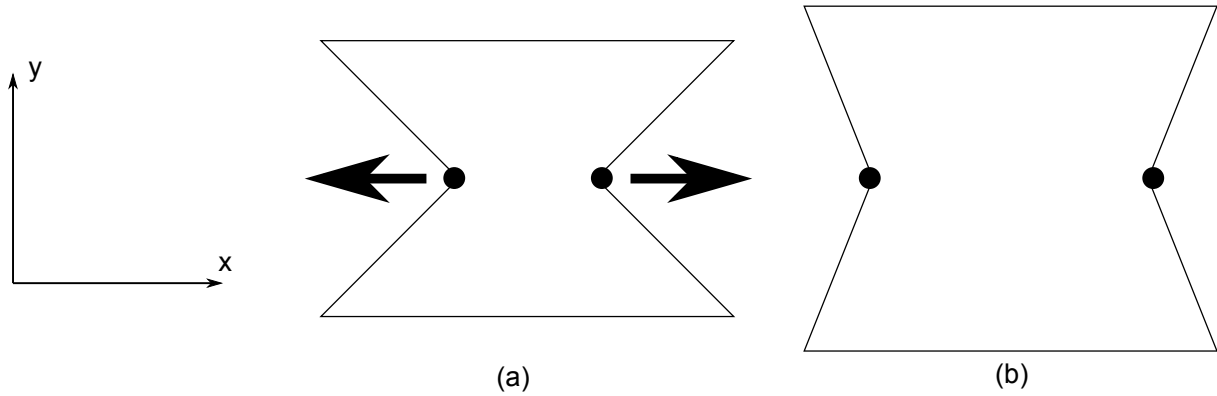
260

On trouve principalement deux approches pour concevoir des méta-matériaux à compressibilité négative. La première repose sur le concept de métastabilité, c'est-à-dire l'existence d'un équilibre local (par opposition à un équilibre global). Sous l'effet d'une sollicitation externe (une compression ou une traction par exemple), un matériau métastable va changer de configuration interne, et cette configuration peut occuper plus de volume. Il est cependant difficile de rendre cette évolution réversible. Des modèles théoriques et numériques peuvent rendre compte de cet effet à partir de calculs de dynamique moléculaire faisant intervenir des couplages non pas uniquement entre atomes ou molécules proches voisins, mais sur des distances plus longues.

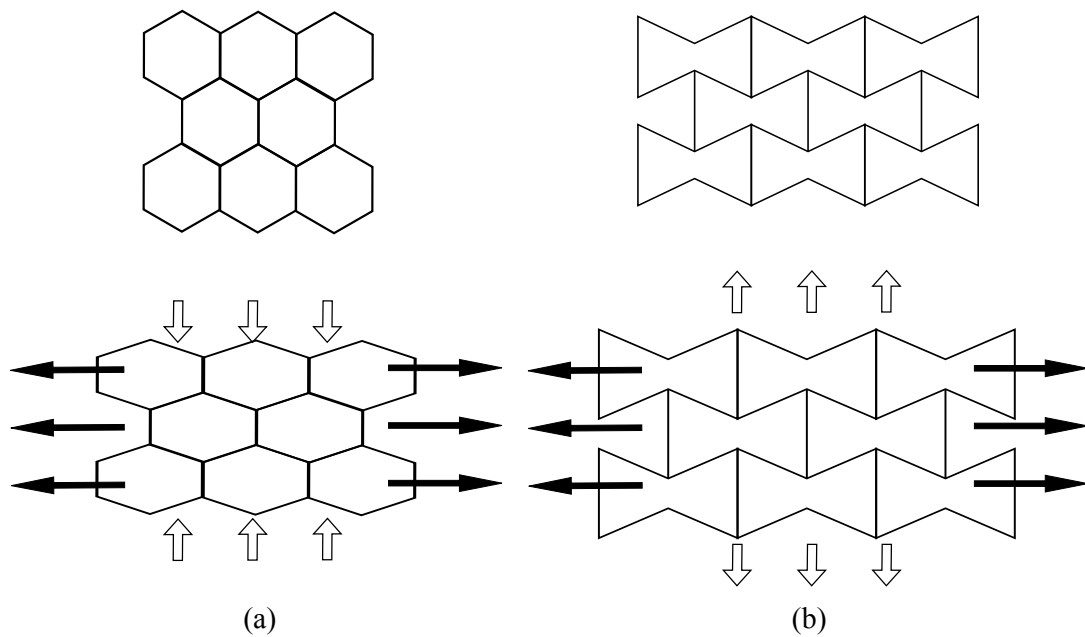
270

La deuxième approche repose sur des matériaux géométriquement structurés avec des articulations « entrantes ». La figure 9 montre le principe : un étirement dans la direction  $x$  provoque une expansion également dans la direction perpendiculaire  $y$ . En reproduisant ce motif de manière périodique (figure 10), on peut obtenir un méta-matériau à coefficient de

275 Poisson négatif. Ces matériaux appelés « auxétiques » sont envisagés pour réaliser des actionneur (un actionneur est un dispositif qui sous l'effet d'une commande réalise une action mécanique), des convertisseurs mécaniques, ou des matériaux aux propriétés acoustiques particulières (filtres ou absorbants).



280 Figure 9 : Principe d'une structure de matériau « auxétique » : un effort de traction sur deux articulations le long de l'axe x (a) produit une expansion dans la direction perpendiculaire y (b).



285 Figure 10 : comparaison des comportements d'un matériau conventionnel (a) et d'un matériau « auxétique » (b) soumis à un effort de traction uniaxial.

290

## E. CONCLUSION

Quel que soit le domaine d'application, un méta-matériau permet de développer des propriétés inaccessibles avec des matériaux conventionnels. Toutefois des limites sont  
295 inhérentes à la construction de ces méta-matériaux. L'interaction d'un méta-matériau avec une onde (électromagnétique ou acoustique) produit des propriétés intéressantes pour des bandes de fréquences souvent restreintes au voisinage de fréquences de résonance. Ces fréquences étant directement reliées à la taille de la structure périodique du matériau, les limites actuelles sont imposées par les techniques de fabrication. Pour travailler dans le  
300 domaine du visible (environ 400 à 800 nm de longueur d'onde), il faut des structures avec une périodicité d'environ 50 nm, ce qui est difficilement accessible avec les techniques classiques d'usinage ou d'assemblage. Les laboratoires doivent donc développer la nano-ingénierie qui va privilégier des techniques d'auto-assemblage et de croissance cristalline dirigée plutôt que des fabrications mésoscopiques traditionnelles. En acoustique, on va rechercher dans le futur  
305 des matériaux adaptatifs qui peuvent répondre au mieux à une onde acoustique incidente. Pour cela, ces méta-matériaux doivent pouvoir avoir une fréquence de résonance interne variable qui fluctue en fonction de l'onde incidente. Se pose alors la question du temps de réponse pour s'adapter à la sollicitation.